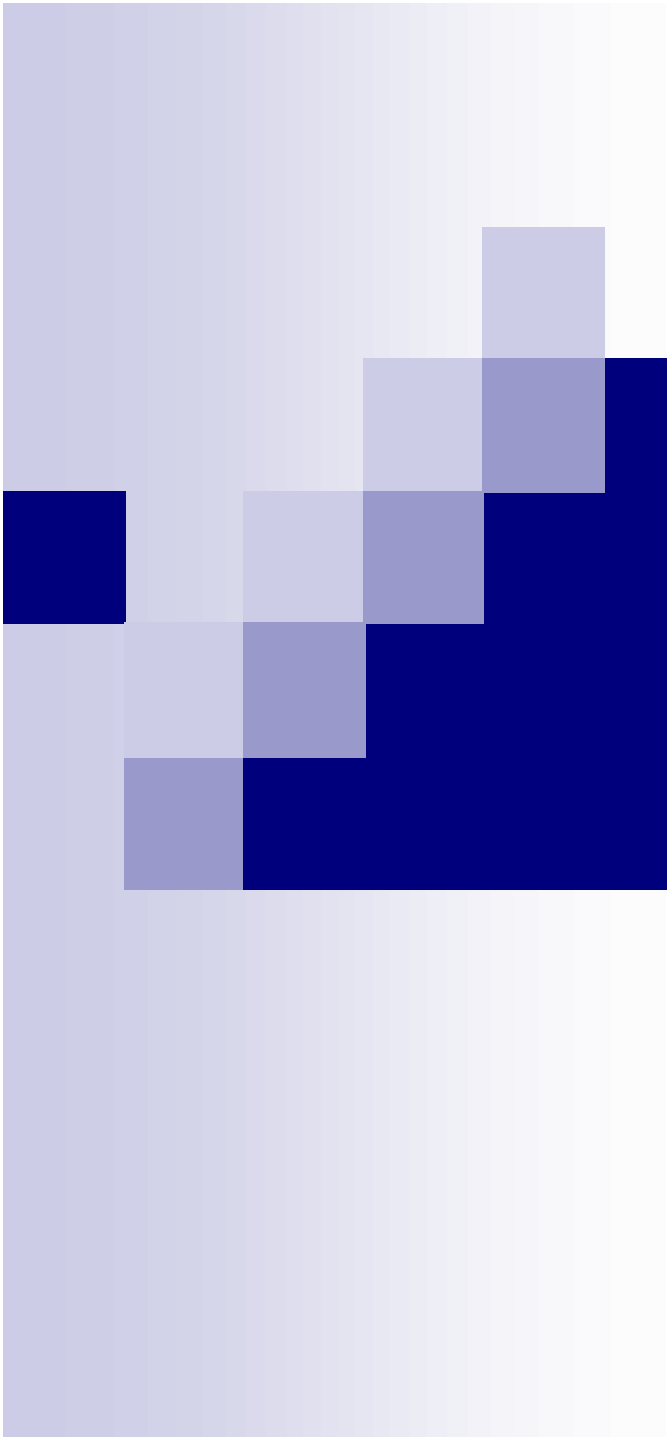




MOQ – 43 PESQUISA OPERACIONAL

Professor: Rodrigo A. Scarpel

rodrigo@ita.br

www.mec.ita.br/~rodrigo



Programa do curso:

Semana 1: Apresentação da disciplina

Introdução à Programação Linear

Resolução de problemas de PL pelo Método Gráfico

Semana 2: Formulação em programação linear

Resolução computacional de problemas de PL

Semana 3: Resolução de problemas de PL pelo Método Simplex

Semana 4: Problemas com soluções iniciais (Método das 2 fases e o Big-M)

Semana 5: SBPO

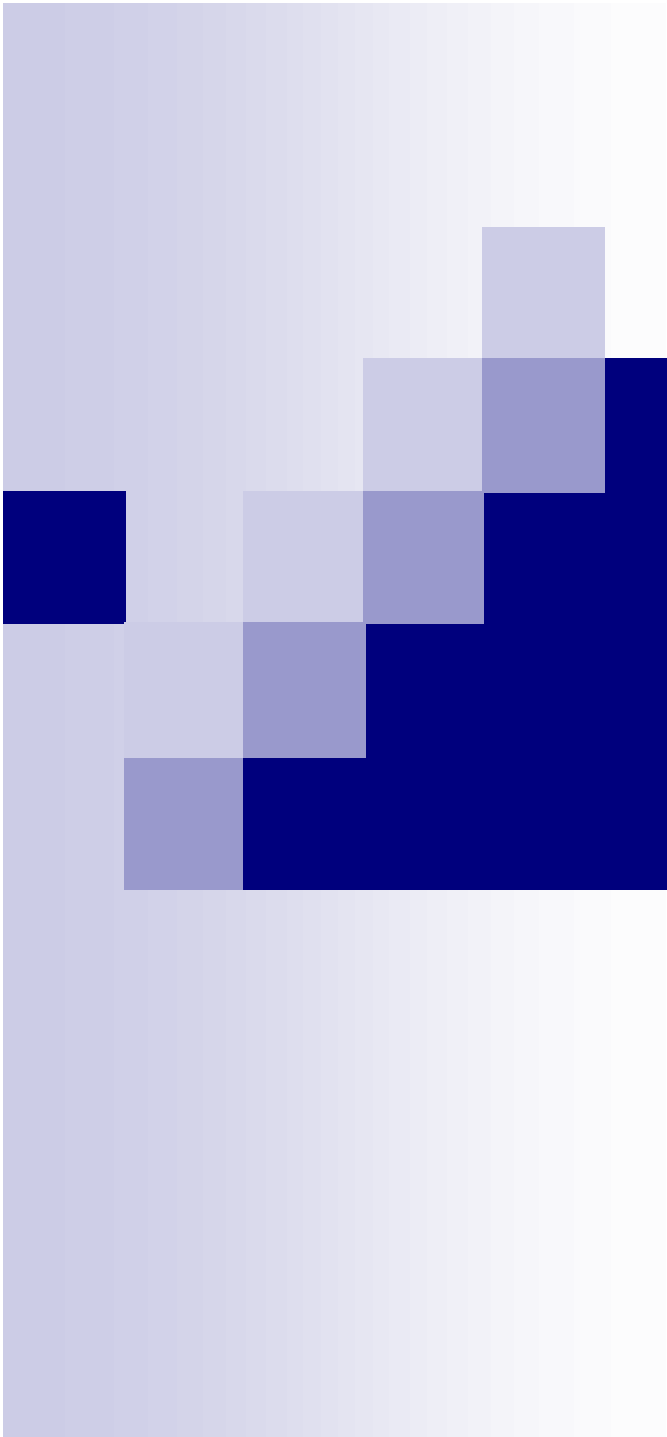
Semana 6: Degeneração, Ciclismo e convergência do Método Simplex (2h)

Semana 7: Prova 1

Feed-back Prova 1

Semana 8: Programação por metas

Entrega e correção do Trabalho 1



MOQ – 43

FORMULAÇÃO EM PL

Professor: Rodrigo A. Scarpel

rodrigo@ita.br

www.mec.ita.br/~rodrigo

Problema de programação linear:

$$(Minimizar / Maximizar) \quad Z = a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n$$

$$\text{Sujeito a :} \quad b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + \dots + b_{1n}x_n \geq c_1$$

$$b_{21}x_1 + b_{22}x_2 + \dots + b_{2n}x_n \geq c_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$b_{k1}x_1 + b_{k2}x_2 + \dots + b_{kn}x_n \geq c_k$$

$$x_1, \quad x_2, \quad \dots, \quad x_n \geq 0$$

Z: função objetivo (função critério)

a_i : coeficientes da função objetivo (custo / lucro), $i = 1, \dots, n$

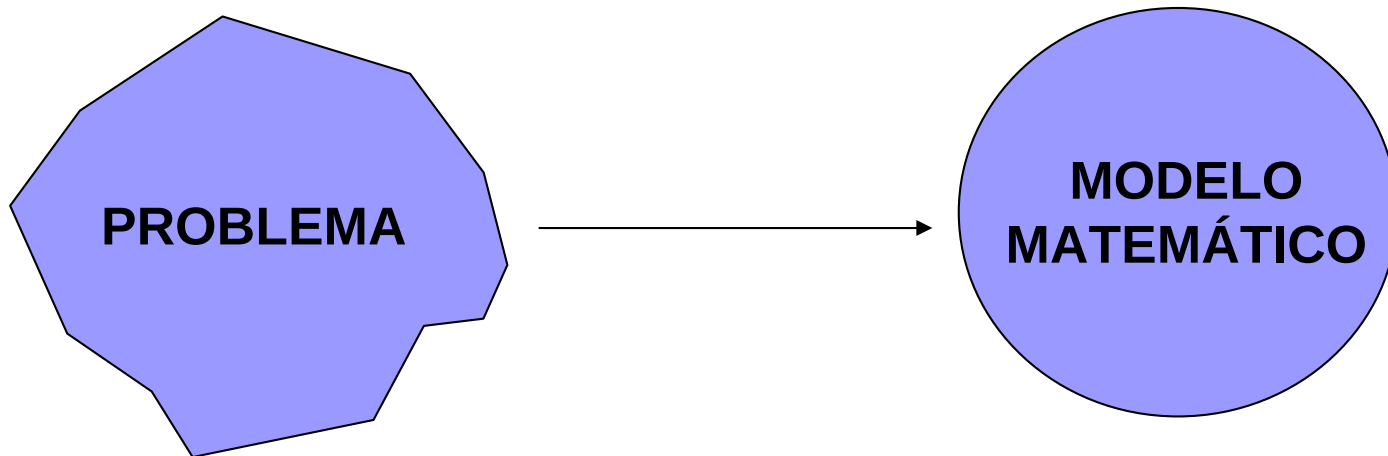
x_i : variáveis de decisão, $i = 1, \dots, n$

b_{ji} : coeficientes tecnológicos, $i = 1, \dots, n$ e $j = 1, \dots, k$

c_j : constantes do lado direito (right-hand-side), $j = 1, \dots, k$

ETAPAS NA FORMULAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO:

- ✓ Identificar as variáveis de decisão do problema
- ✓ Construir sua função objetivo
- ✓ Definir suas restrições





PROBLEMAS CLÁSSICOS:

Os problemas clássicos de PL podem ser enquadrados em três categorias:

- ✓ **Problema da mistura**
- ✓ **Problemas de planejamento**
- ✓ **Problemas de alocação de recursos**



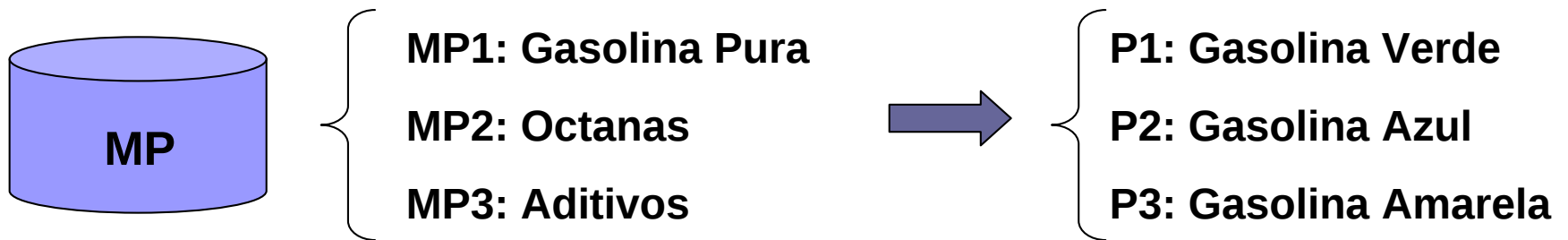
PROBLEMAS CLÁSSICOS: o problema da mistura

- **Estão entre os primeiros problemas de programação linear implementados com sucesso na prática.**
- **Essa classe de problemas consiste em combinar materiais com o objetivo de gerar produtos com características convenientes (respeitando as restrições) minimizando seu custo de produção.**
- **Exemplos:**
 - **Formulação de rações / dietas**
 - **Formulação de produtos na indústria química**
 - **Formulação de ligas metálicas**

Problema 1: Problema da Mistura

✓ Quanto comprar de cada insumo?

✓ Quanto fabricar de cada produto?



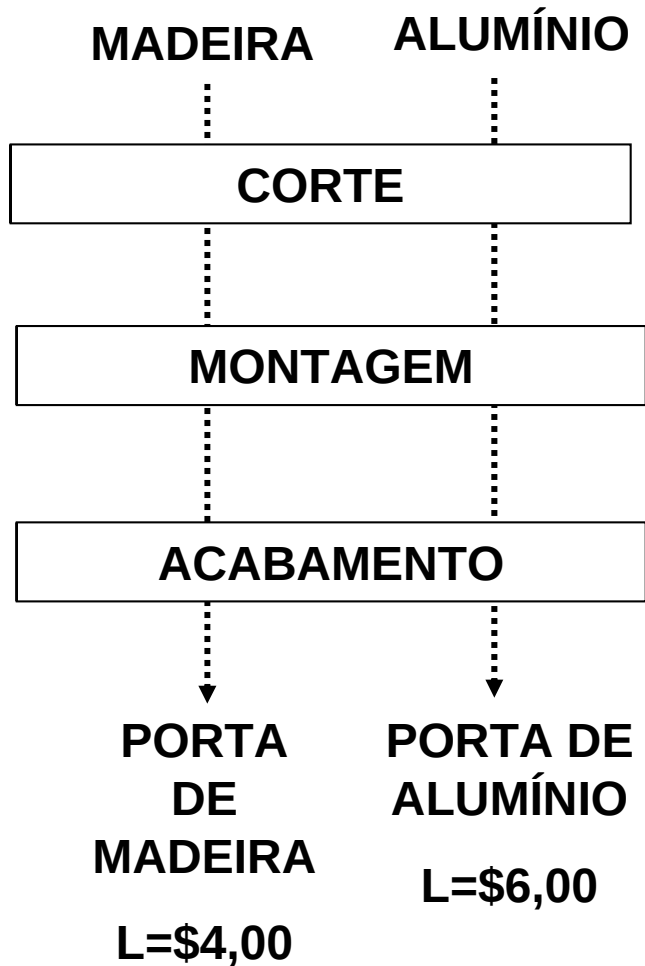
	Gasolina Pura	Octanas	Aditivos	Lucro
Gasolina Verde	22%	50%	28%	R\$ 0,48/l
Gasolina Azul	55%	32%	13%	R\$ 0,40/l
Gasolina Amarela	72%	20%	8%	R\$ 0,29/l
Disponibilidade (l)	3.200.000	2.400.000	1.100.000	



PROBLEMAS CLÁSSICOS: problemas de planejamento

- **Esta é uma classe de problemas bastante ampla sendo aplicável a problemas de planejamento da produção e financeiro.**
- **Essa classe de problemas (produção) consiste em decidir quais produtos e quanto fabricar em um período respeitando as restrições (máquinas, insumos, demanda, capacidade de armazenagem,...) maximizando o lucro obtido.**
- **Exemplos:**
 - **Mix de produção (planejamento estático)**
 - **Planejamento em múltiplos períodos**

Problema 2: Mix de Produção (planejamento estático)



	Corte	Montagem	Acabamento
Madeira	1,5 h/porta	3,0 h/porta	1 h/porta
Alumínio	4,0 h/porta	1,5 h/porta	1 h/porta
Disponibilidade	24 h	21 h	8 h



Problema 2: Mix de Produção

Curto prazo: planejamento da produção

- ✓ **Quanto comprar de cada insumo?**
- ✓ **Quanto fabricar de cada produto?**

Médio prazo: expansão da produção

- ✓ **Quais etapas do processo são gargalo?**



Problema 3: Problema do Planejamento da Produção

Um fabricante de barcos deve decidir quantas unidades serão fabricadas nos próximos 4 trimestres.

Em sua carteira de pedidos há **40** barcos a serem entregues no primeiro trimestre, **60** no segundo trimestre, **75** no terceiro trimestre e **25** no quarto trimestre.

No início do primeiro trimestre o fabricante terá 10 barcos em estoque e tem capacidade de produzir 40 barcos por trimestre (nesse caso cada barcos custa \$40.000).

Há a possibilidade de produzir unidades adicionais, porém o custo unitário vai para \$45.000.

O custo de carregamento (manter um barco estocado) é de \$2.000.

Faça o planejamento da produção objetivando minimizar o custo total nos próximos 4 trimestres.



PROBLEMAS CLÁSSICOS: probl. alocação de recursos

- **Esta é uma classe de problemas aplicável aos problemas operacionais das empresas (programação das atividades).**
- **Essa classe de problemas consiste em decidir como os recursos existentes (recursos humanos, aeronaves, equipamentos,...) serão alocados de forma a atender o planejamento, minimizando a quantidade de recursos necessários.**
- **Exemplos:**
 - **Alocação dos funcionários**
 - **Alocação de aeronaves e tripulantes.**



Problema 4: Alocação de funcionários

Uma empresa de transporte urbano coletivo necessita de diferentes quantidades de motoristas (e cobradores) ao longo da semana, de acordo com a tabela abaixo:

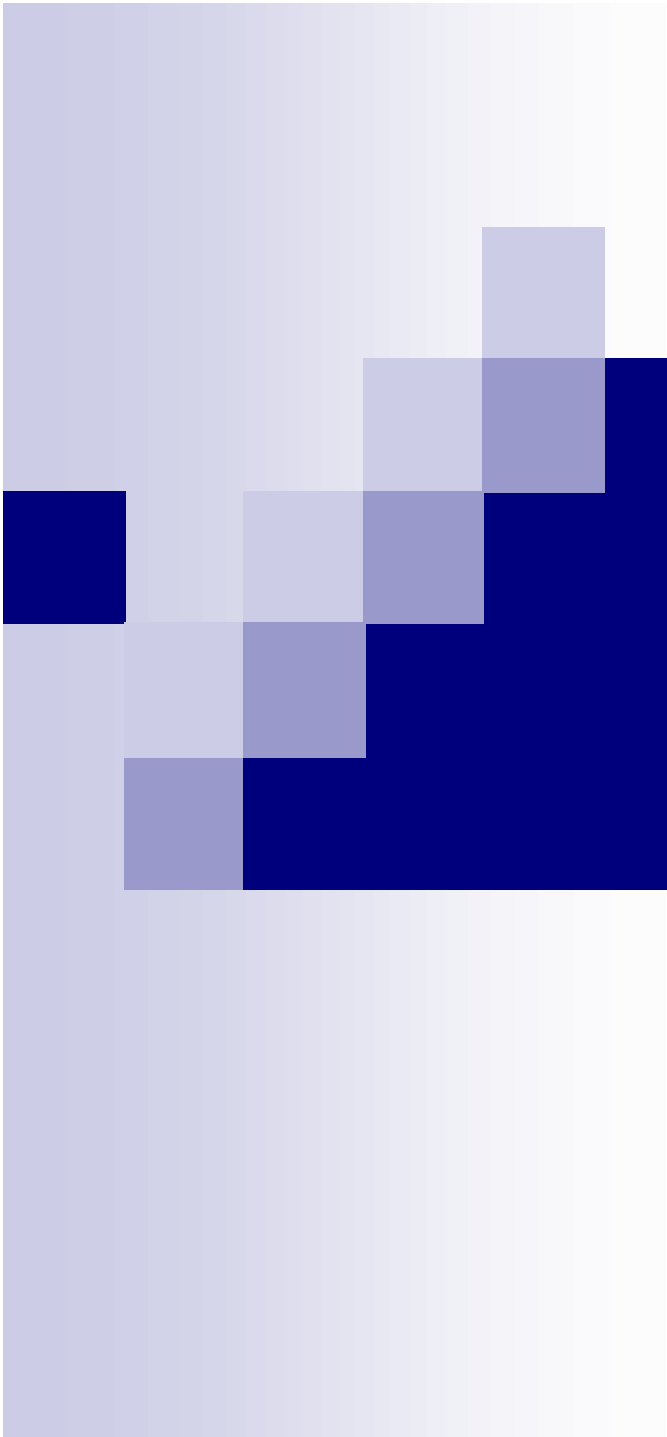
DIA DA SEMANA	QUANTIDADE
SEGUNDA-FEIRA	17
TERÇA-FEIRA	13
QUARTA-FEIRA	15
QUINTA-FEIRA	19
SEXTA-FEIRA	14
SÁBADO	16
DOMINGO	11

Se cada motorista (cobrador) trabalha 5 dias por semana (seguidos), determine a quantidade de motoristas (e cobradores) necessários buscando minimizar a quantidade total.



Para casa:

- **Lista de Exercícios 2**
- **Leitura Winston: 3.4 a 3.12**



MOQ – 43 PL – RESOLUÇÃO COMPUTACIONAL

Professor: Rodrigo A. Scarpel

rodrigo@ita.br

www.mec.ita.br/~rodrigo



RESOLUÇÃO COMPUTACIONAL DE PPL:

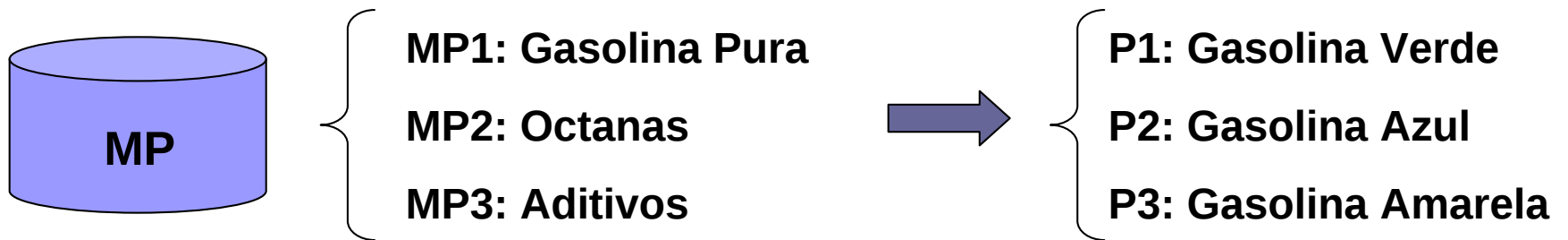
São vários os softwares disponíveis no mercado:

- ✓ **Excel (com o módulo Solver)**
(<http://ocw.mit.edu/OcwWeb/Sloan-School-of-Management/15-053Spring-2004/Tools/index.htm>)
- ✓ **Lindo / Lingo** (<http://www.lindo.com/>)
- ✓ **CPLEX** (<http://www.ampl.com/DOWNLOADS/cplex80.html>)
- ✓ **EVOLVER** (<http://www.palisade.com/evolver/>)

Problema 1: Problema da Mistura

✓ Quanto comprar de cada insumo?

✓ Quanto fabricar de cada produto?



	Gasolina Pura	Octanas	Aditivos	Lucro
Gasolina Verde	22%	50%	28%	R\$ 0,48/l
Gasolina Azul	55%	32%	13%	R\$ 0,40/l
Gasolina Amarela	72%	20%	8%	R\$ 0,29/l
Disponibilidade (l)	3.200.000	2.400.000	1.100.000	



Problema 1: Problema da Mistura

Variável de decisão: quantidade de gasolina do tipo i a ser produzida, $i = \{\text{verde (A), azul (B), amarela (C)}\}$

$$\text{MAX } 0.48A + 0.4B + 0.29C$$

ST

$$0.22A + 0.55B + 0.72C \leq 3200000$$

$$0.50A + 0.32B + 0.20C \leq 2400000$$

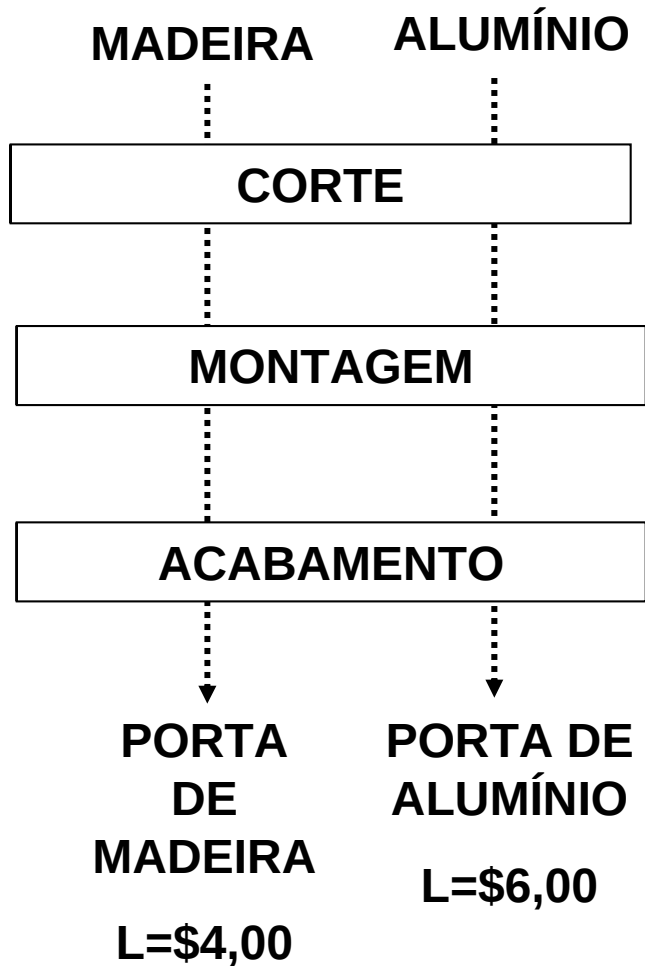
$$0.28A + 0.13B + 0.08C \leq 1100000$$

$$1A \geq 0$$

$$1B \geq 0$$

$$1C \geq 0$$

Problema 2: Mix de Produção



	Corte	Montagem	Acabamento
Madeira	1,5 h/porta	3,0 h/porta	1 h/porta
Alumínio	4,0 h/porta	1,5 h/porta	1 h/porta
Disponibilidade	24 h	21 h	8 h

Variável de decisão:

x_i = quantidade de portas do tipo i a serem produzidas, $i=\{\text{madeira, alumínio}\}$

NO LINDO / LINGO:

MAX 4.00MAD + 6.00ALU

ST

1.5MAD + 4.0ALU <= 24

3.0MAD + 1.5ALU <= 21

1.0MAD + 1.0ALU <= 8

1MAD >= 0

1ALU >= 0



Problema 3: Problema do Planejamento da Produção

Um fabricante de barcos deve decidir quantas unidades serão fabricadas nos próximos 4 trimestres.

Em sua carteira de pedidos há **40** barcos a serem entregues no primeiro trimestre, **60** no segundo trimestre, **75** no terceiro trimestre e **25** no quarto trimestre.

No início do primeiro trimestre o fabricante terá 10 barcos em estoque e tem capacidade de produzir 40 barcos por trimestre (nesse caso cada barcos custa \$40.000).

Há a possibilidade de produzir unidades adicionais, porém o custo unitário vai para \$45.000.

O custo de carregamento (manter um barco estocado) é de \$2.000.

Faça o planejamento da produção objetivando minimizar o custo total nos próximos 4 trimestres.

Problema 3: Problema do Planejamento da Produção

Variáveis de decisão:

X_t : quantidade de barcos produzidos a \$40.000 no trimestre t , $t=\{1,2,3,4\}$

Y_t : quantidade de barcos produzidos a \$45.000 no trimestre t , $t=\{1,2,3,4\}$

Z_t : quantidade de barcos estocados no trimestre t para $t+1$, $t=\{1,2,3,4\}$

$$\text{MIN } 40000X_1 + 40000X_2 + 40000X_3 + 40000X_4 + 45000Y_1 + 45000Y_2 + 45000Y_3 + 45000Y_4 + 2000Z_1 + 2000Z_2 + 2000Z_3 + 2000Z_4$$

ST

$$Z_1 - X_1 - Y_1 = -30$$

$$Z_2 - Z_1 - X_2 - Y_2 = -60$$

$$Z_3 - Z_2 - X_3 - Y_3 = -75$$

$$Z_4 - Z_3 - X_4 - Y_4 = -25$$

$$X_1 \geq 0$$

$$X_1 \leq 40$$

$$X_2 \geq 0$$

$$X_2 \leq 40$$

$$X_3 \geq 0$$

$$X_3 \leq 40$$

$$X_4 \geq 0$$

$$X_4 \leq 40$$

$$Y_1 \geq 0$$

$$Y_2 \geq 0$$

$$Y_3 \geq 0$$

$$Y_4 \geq 0$$

$$Z_1 \geq 0$$

$$Z_2 \geq 0$$

$$Z_3 \geq 0$$

$$Z_4 \geq 0$$



Problema 4: Alocação de funcionários

Uma empresa de transporte urbano coletivo necessita de diferentes quantidades de motoristas (e cobradores) ao longo da semana, de acordo com a tabela abaixo:

DIA DA SEMANA	QUANTIDADE
SEGUNDA-FEIRA	17
TERÇA-FEIRA	13
QUARTA-FEIRA	15
QUINTA-FEIRA	19
SEXTA-FEIRA	14
SÁBADO	16
DOMINGO	11

Se cada motorista (cobrador) trabalha 5 dias por semana (seguidos), determine a quantidade de motoristas (e cobradores) necessários buscando minimizar a quantidade total.

Problema 4: Alocação de funcionários

Variáveis de decisão:

X_i : qtde de funcionários cujo primeiro dia de trabalho é o dia i , $i=\{1,2,\dots,7\}$

$$\text{MIN } X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7$$

ST

$$X_1 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 \geq 17$$

$$X_1 + X_2 + X_5 + X_6 + X_7 \geq 13$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_6 + X_7 \geq 15$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_7 \geq 19$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 \geq 14$$

$$X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 \geq 16$$

$$X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 \geq 11$$

$$X_1 \geq 0$$

$$X_2 \geq 0$$

$$X_3 \geq 0$$

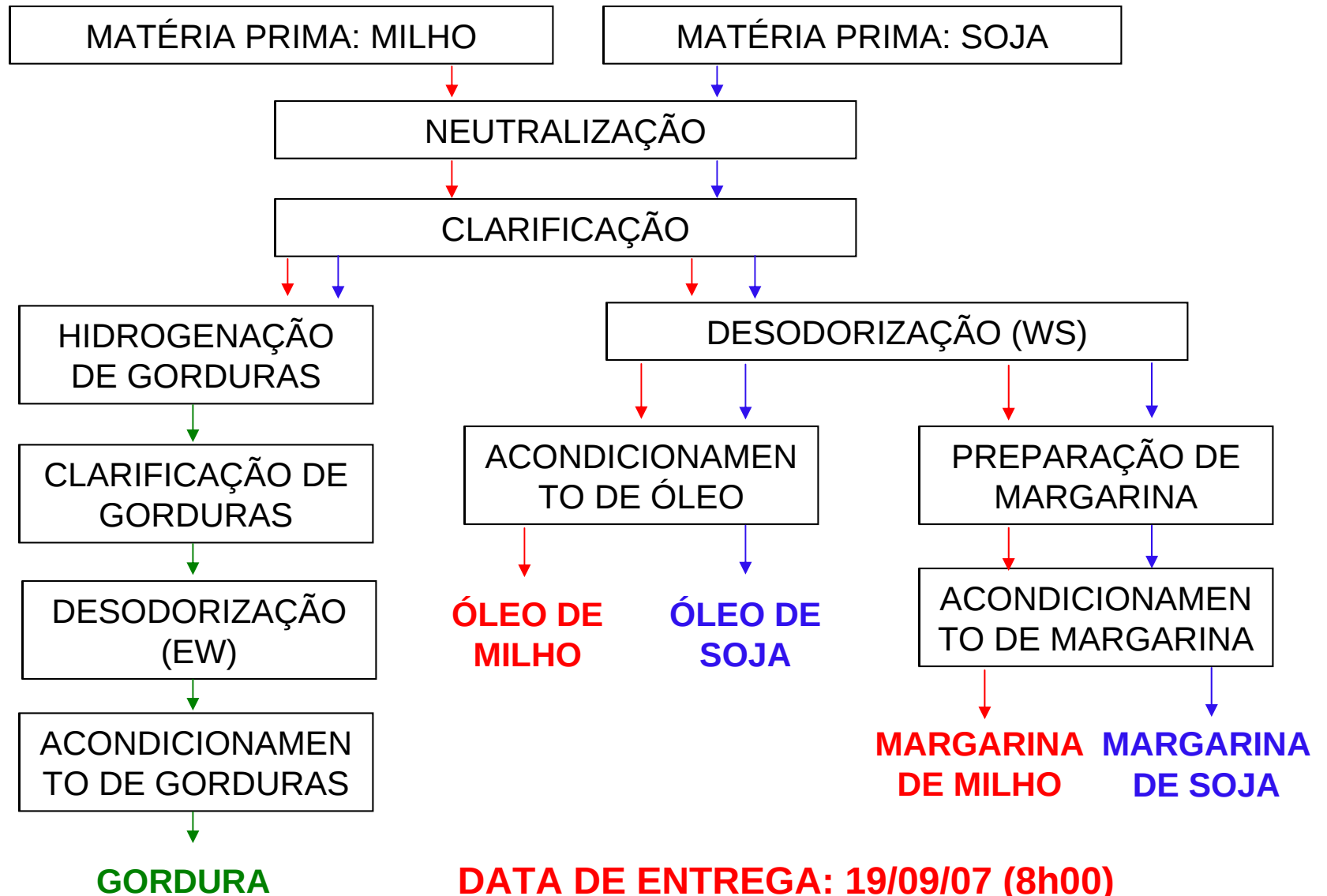
$$X_4 \geq 0$$

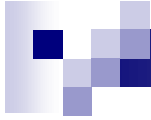
$$X_5 \geq 0$$

$$X_6 \geq 0$$

$$X_7 \geq 0$$

Trabalho 1: PL em uma indústria alimentícia





Trabalho 1: PL em uma indústria alimentícia

ITENS DO RELATÓRIO:

- **FORMULAÇÃO:** variáveis de decisão, função objetivo e restrições do problema.
- **RESOLUÇÃO:** valores na solução ótima para as variáveis de decisão e para a função objetivo do problema.
- **INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS:** avaliação da utilização das diversas etapas do processo e identificação das etapas do processo que são gargalo.
- **PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DA CAPACIDADE:** criar cenários e simulações identificando a melhor forma de expandir a capacidade produtiva da empresa.

DATA DE ENTREGA: 19/09/07 (8h00)