
Introdução à Pesquisa Operacional

Prof. Dr. Ricardo Ribeiro dos Santos

ricr.santos@gmail.com

Univerdidade Católica Dom Bosco - UCDB

Resolvendo Problemas de PL

- <http://vinci.inesc.pt/lp>
- <http://www-fp.mcs.anl.gov/otc/Guide/CaseStudies/simplex>
- **Função linprog – Matlab**
- **Aplicativos: Lindo, CPLEX, Tora, etc...**

Teoria Básica do Método Simplex

- Por simplicidade, a teoria é desenvolvida para o problema de PL na forma padrão:

$$\text{Minimizar } f(x) = c^T x$$

$$\text{s.a. } Ax = b$$

$$x \geq 0$$

- Considere o seguinte exemplo:

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1 - x_2 \leq 4$$

$$3x_1 + x_2 \geq 3$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Teoria Básica do Método Simplex

- Considere o seguinte exemplo:

$$x_1 + x_2 \leq 6$$

$$x_1 - x_2 \leq 4$$

$$3x_1 + x_2 \geq 3$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

- Com a adição de variáveis de folga e excesso temos:

$$x_3 = 6 - (x_1 + x_2)$$

$$x_4 = 4 - (x_1 - x_2)$$

$$x_5 = (3x_1 + x_2) - 3$$

Teoria Básica do Método Simplex

- Com a adição de variáveis de folga e excesso temos:

$$x_3 = 6 - (x_1 + x_2), \quad x_3 \geq 0$$

$$x_4 = 4 - (x_1 - x_2), \quad x_4 \geq 0$$

$$x_5 = (3x_1 + x_2) - 3, \quad x_5 \geq 0$$

- O problema é então transformado na forma $Ax=b, x \geq 0$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 6$$

$$x_1 - x_2 + x_4 = 4$$

$$3x_1 + x_2 - x_5 = 3$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_4 \geq 0, \quad x_5 \geq 0$$

- Importante: observe que a partir de x_1 e x_2 podemos determinar unicamente os valores de cada uma das variáveis

Teoria Básica do Método Simplex

- Definição (partição básica): Uma reorganização nas colunas da matriz da seguinte forma: $A=[B \ N]$
- Em que:
 - $B_{m \times n}$, chamada matriz básica, é formada por m colunas da matriz A e é invertível, dada por $B=[a_{B1} \ a_{B2} \ \dots \ a_{Bm}]$, isto é, $B1, B2, \dots, Bm$ são os índices das colunas da matriz A que pertencem a B , chamados índices básicos
 - $N_{m \times (n-m)}$, chamada matriz não-básica, é formada pelas $n-m$ colunas restantes de A (isto é, colunas de A que não estão em B), dada por $N=[a_{N1} \ a_{N2} \ \dots \ a_{N(n-m)}]$, isto é, $N1, N2, \dots, N(n-m)$ são os índices das colunas da matriz A que pertencem a N .
- Essa partição é chamada de partição básica e introduz uma partição no vetor $x=[x_B \ x_N]$

Teoria Básica do Método Simplex

- Essa partição é chamada de partição básica e introduz uma partição no vetor $x = [x_B \ x_N]$
- Em que:
 - x_B é chamado de vetor de variáveis básicas
 - x_N é chamado de vetor das variáveis não-básicas
- Considerando uma partição básica $A = [B \ N]$, o sistema $Ax = b$ pode ser reescrito de forma equivalente como
$$Ax = b \Leftrightarrow [B \ N] \begin{bmatrix} x_B \\ x_N \end{bmatrix} = b \text{ ou } Bx_B + Nx_N = b, \text{ de forma que:}$$
$$x_B = B^{-1}b - B^{-1}Nx_N \text{ é a solução geral do sistema}$$

Teoria Básica do Método Simplex

- Definição (solução básica): Considere uma partição básica
- $A=[B \ N]$ e a seguinte solução obtida ao se fixar as $n-m$ variáveis de x_N em zero, isto é: $x_B=B^{-1}b$ e $x_N=0$
- A solução obtida é chamada solução básica. Se $x_B=B^{-1}b \geq 0$ (todas as variáveis não-básicas) são não-negativas, diz-se que é uma solução básica factível
- Se $x_B=B^{-1}b > 0$ (todas as variáveis são positivas), diz-se que a solução básica factível é não-degenerada