

Trabalho de Tópicos Avançados em Sistemas de Computação

Programação Linear e Inteira

Obtenção de Soluções Ótimas para o Problema de Strip Packing

O problema de corte ou empacotamento bidimensional pode ser descrito como o problema de cortar um conjunto de peças retangulares a partir de uma única peça retangular maior com o objetivo de minimizar os gastos ou ajustar as perdas. Os problemas de corte e empacotamento são de especial interesse para as indústrias têxtil, papel, metal e plástico, além de situações onde há necessidade de realizar escalonamento com restrição de recursos.

Neste trabalho, atuaremos sobre um caso especial do problema de corte bidimensional, denominado *strip-packing* com cortes não guilhotinados. Nesse problema, a entrada consiste em uma lista $R=(R_1,...,R_n)$ de n retângulos, cada uma tendo uma largura não maior que W_0 . Os retângulos são empacotados em um strip de largura W_0 de forma que:

- Retângulos não se sobrepõem e nem são colocados sobre as bordas do strip.
- Os retângulos têm que ser empacotados com seus lados paralelos para as bordas do strip.
- O tamanho do empacotamento deve ser minimizado, isto é, o gasto com o empacotamento tem que ser minimizado.

Um i -ésimo retângulo é dado por $R_i=(W_i,L_i)$ onde W_i e L_i são a largura e tamanho de R_i . Apresenta-se a seguir uma formulação matemática para o problema strip-packing.

- $I=\{1,...,n\}$ conjunto de índices dos retângulos
- $L_{\min}$ = tamanho do strip (faixa/rolo) a ser minimizado
- x_L^i = coordenada x da parte inferior esquerda de R_i
- y_L^i = coordenada y da parte inferior esquerda de R_i
- x_U^i = coordenada x da parte superior direita de R_i
- y_U^i = coordenada y da parte superior direita de R_i
- $l_{ij}=1$ se R_i é colocado à esquerda de R_j , ou 0 caso contrário
- $b_{ij}=1$ se R_i é colocado abaixo de R_j , ou 0 caso contrário
- $\bar{L}$ =algun limite superior conhecido em $L_{\min}$ (parâmetro).

O problema pode ser formulado como:

$$\min L_{\min}$$

$$x_U^i \leq W_0 \quad i \in I, \quad (1)$$

$$y_U^i \leq L_{\min} \quad i \in I, \quad (2)$$

$$x_U^i = x_L^i + W_i \quad i \in I, \quad (3)$$

$$y_U^i = y_L^i + L_i \quad i \in I, \quad (4)$$

$$x_U^i \leq x_L^i + W_0(1-l_{ij}) \quad i \neq j \in I, \quad (5)$$

$$y_U^i \leq y_L^i + \bar{L}(1-b_{ij}) \quad i \neq j \in I, \quad (6)$$

$$l_{ij} + l_{ji} + b_{ij} + b_{ji} \geq 1 \quad i, j \in I, i < j, \quad (7)$$

$$L_{\min}, x_U^i, y_U^i, x_L^i, y_L^i \geq 0, \quad (8)$$

$$l_{ij}, b_{ij} \in \{0,1\} \quad (9)$$

A restrição (1) garante que R_i não sobrepõe a borda direita do strip. A restrição (2) força $L_{\min}$ a ser do tamanho de, pelo menos, cada retângulo. Restrições (3) e (4) forçam um relacionamento entre as coordenadas inferiores e superiores de cada retângulo. Em outras palavras, a restrição (3) indica que a coordenada que representa a

largura da parte superior do retângulo deve ser igual à soma da coordenada que representa o início da largura do retângulo (largura inferior) mais a largura do retângulo. O mesmo raciocínio vale para o tamanho do retângulo (Restrição (4)). A Restrição (5) garante que a borda direita de R_i está localizada à esquerda de R_j se l_{ij} é igual a 1. A Restrição (6) garante que R_i está localizado abaixo de R_j se b_{ij} é igual a 1. A Restrição (7) evita que R_i e R_j se sobreponham pois requer que R_i seja localizado à esquerda de R_j ou R_j seja localizado à esquerda de R_i , ou R_i seja localizado abaixo de R_j ou R_j seja localizado abaixo de R_i . A Restrição (8) é restrição de não-negatividade e a restrição (9) é chamada de restrição binária.

Objetivo do Trabalho

- **Desenvolver uma implementação para o problema supramencionado de maneira a fornecer soluções ótimas para instâncias do problema de strip-packing.**

Metodologia para Desenvolvimento do Trabalho

- Trabalho pode ser desenvolvido em duplas ou individualmente.
- Entender o problema e o modelo matemático que representa.
- Adotar uma técnica de resolução (algoritmo exato, heurística, técnica de PL, técnica de PI).
- Se for necessário, reformulá-lo de maneira a adequar às limitações das ferramentas e/ou técnicas adotadas.
- Testar a técnica implementada com instâncias de testes de strip-packing em: <http://dip.sun.ac.za/~vuuren/repositories/levelpaper/spp%5B1%5D.htm>
- A maior parte das instâncias de testes para problemas strip-packing possuem um formato que segue o padrão

Nº de RETANGULOS		LARGURA DO STRIP
1	TAMANHO_RET_1	LARGURA_RET_1
2	TAMANHO_RET_2	LARGURA_RET_2
...		
N	TAMANHO_RET_N	LARGURA_RET_N

Notas do Trabalho, Datas e Esclarecimento de Dúvidas

- O trabalho terá peso **três** na atribuição da média final da disciplina ($MF = (P1 \cdot 3.5 + P2 \cdot 3.5 + T1 \cdot 3) + \text{Bônus}$)
- O Bônus é um valor entre $0 \leq \text{Bônus} \leq 1.5$ e corresponde à participação nas atividades da disciplina, resolução das listas de exercícios, qualidade na resolução e encaminhamento do trabalho.
- Esse trabalho não terá checkpoints no decorrer do semestre. No entanto, algumas aulas **PODERÃO** ser dedicadas para sua resolução. Nesses casos, o professor solicitará um relatório (simples e escrito à mão) sobre as atividades desenvolvidas em sala de aula.
 - o Em caso de dúvidas ou esclarecimentos sobre o trabalho, os alunos devem procurar o Professor após as aulas da disciplina e/ou enviar e-mail com o assunto: **TASC: Dúvidas – Trabalho1**.
- Na entrega do trabalho, a dupla (ou o acadêmico) deverá entregar a implementação realizada e um relatório de **no máximo** 08 páginas indicando como resolveu o problema, quais ferramentas foram utilizadas, quais foram os resultados alcançados de acordo com as instâncias de testes e qual foi a bibliografia consultada. O relatório deve seguir o formato disponível [aqui](#).
- **IMPORTANTE:** A data de entrega do trabalho é dia 23/06.