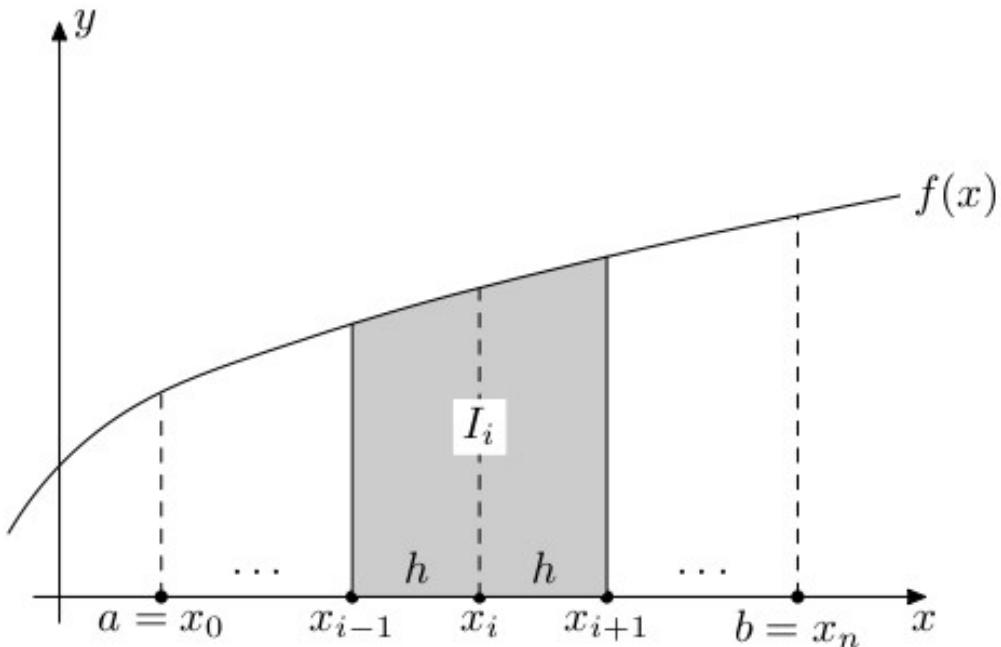


Método de Simpson

Seja. $I = \int_a^b f(x)dx$. Considere a subdivisão do intervalo [a, b] em n subintervalos.

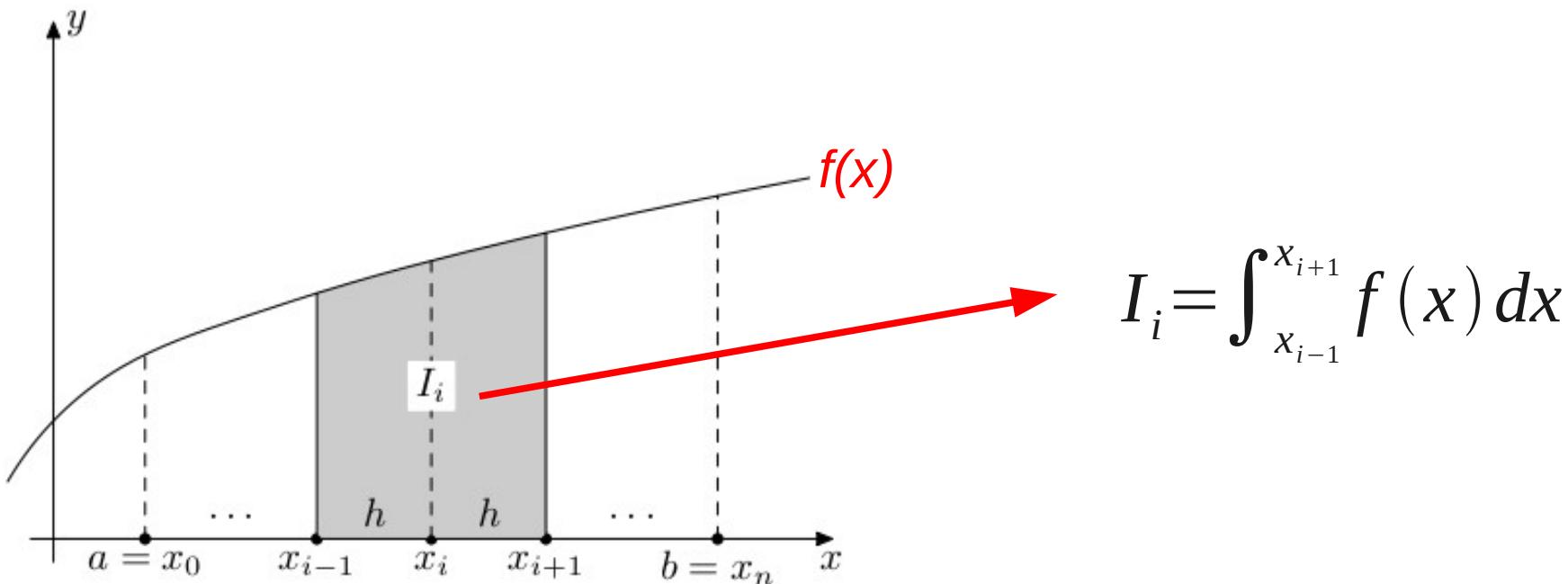
Método de Simpson

Seja. $I = \int_a^b f(x)dx$. Considere a subdivisão do intervalo $[a, b]$ em n subintervalos.



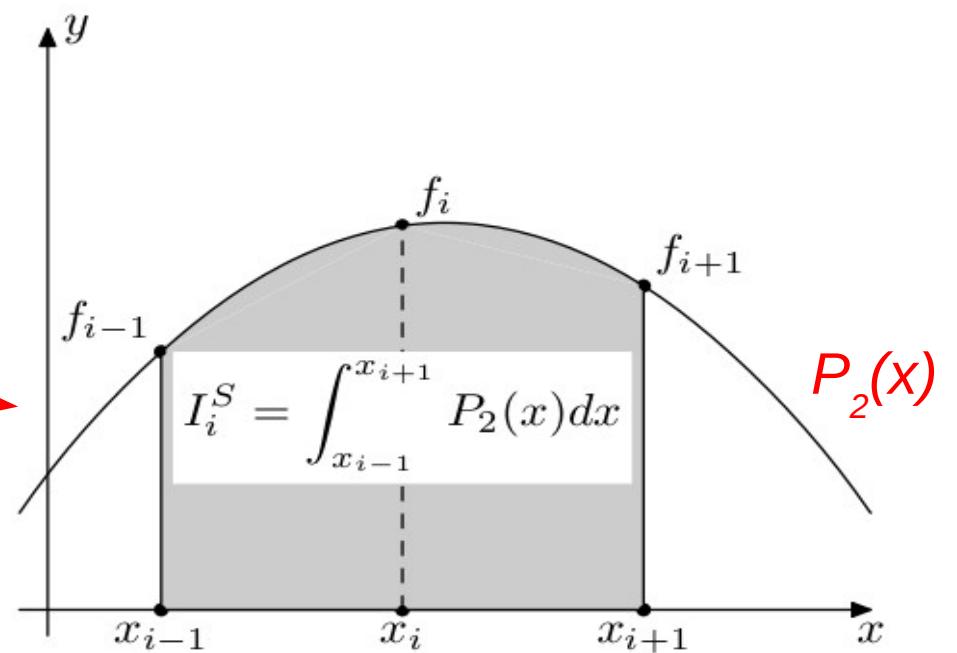
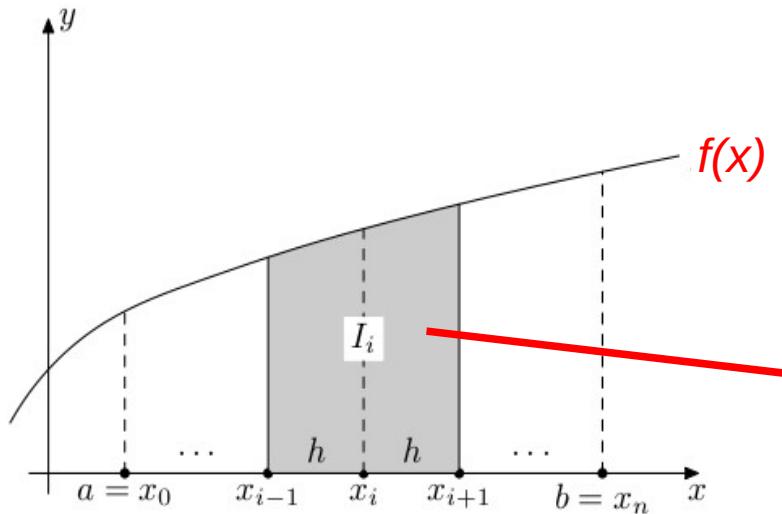
Método de Simpson

Seja. $I = \int_a^b f(x) dx$. Considere a subdivisão do intervalo $[a, b]$ em n subintervalos.



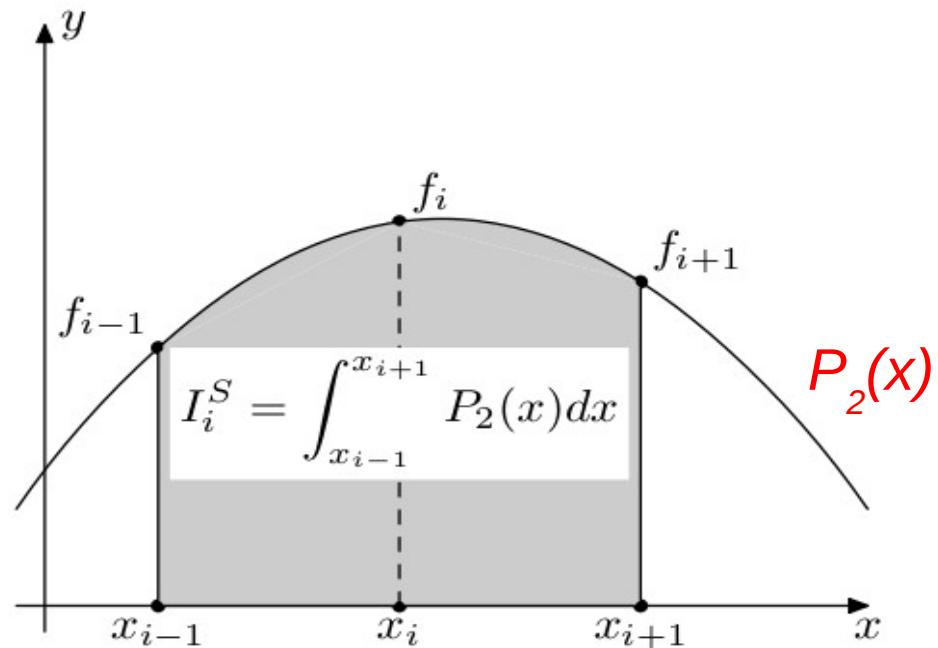
Método de Simpson

O método de Simpson consiste em aproximar a função $f(x)$ no intervalo $[x_{i-1}, x_{i+1}]$ pelo polinômio interpolador de grau 2 que passa pelos pontos (x_{i-1}, f_{i-1}) , (x_i, f_i) e (x_{i+1}, f_{i+1}) .



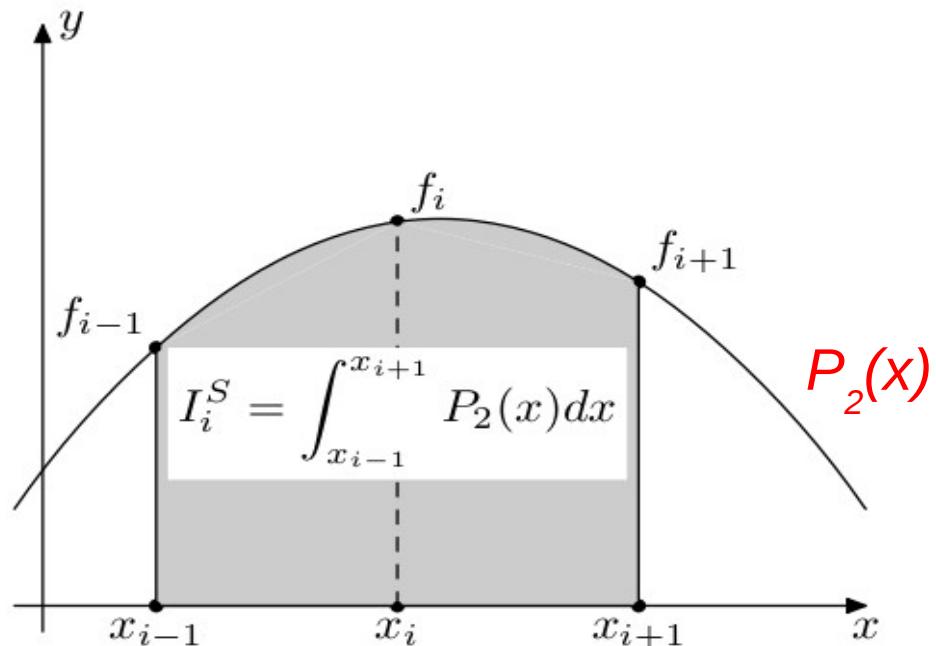
Método de Simpson

O método de Simpson consiste em aproximar a função $f(x)$ no intervalo $[x_{i-1}, x_{i+1}]$ pelo polinômio interpolador de grau 2 que passa pelos pontos (x_{i-1}, f_{i-1}) , (x_i, f_i) e (x_{i+1}, f_{i+1}) .



Método de Simpson

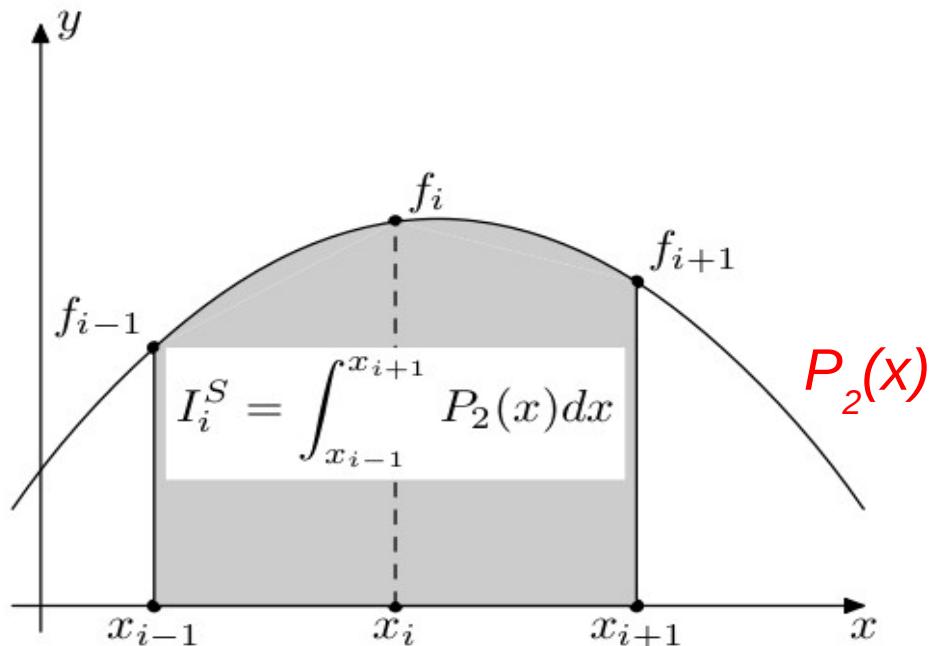
O método de Simpson consiste em aproximar a função $f(x)$ no intervalo $[x_{i-1}, x_{i+1}]$ pelo polinômio interpolador de grau 2 que passa pelos pontos (x_{i-1}, f_{i-1}) , (x_i, f_i) e (x_{i+1}, f_{i+1}) .



$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x) dx$$

Método de Simpson

O método de Simpson consiste em aproximar a função $f(x)$ no intervalo $[x_{i-1}, x_{i+1}]$ pelo polinômio interpolador de grau 2 que passa pelos pontos (x_{i-1}, f_{i-1}) , (x_i, f_i) e (x_{i+1}, f_{i+1}) .



$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x) dx$$

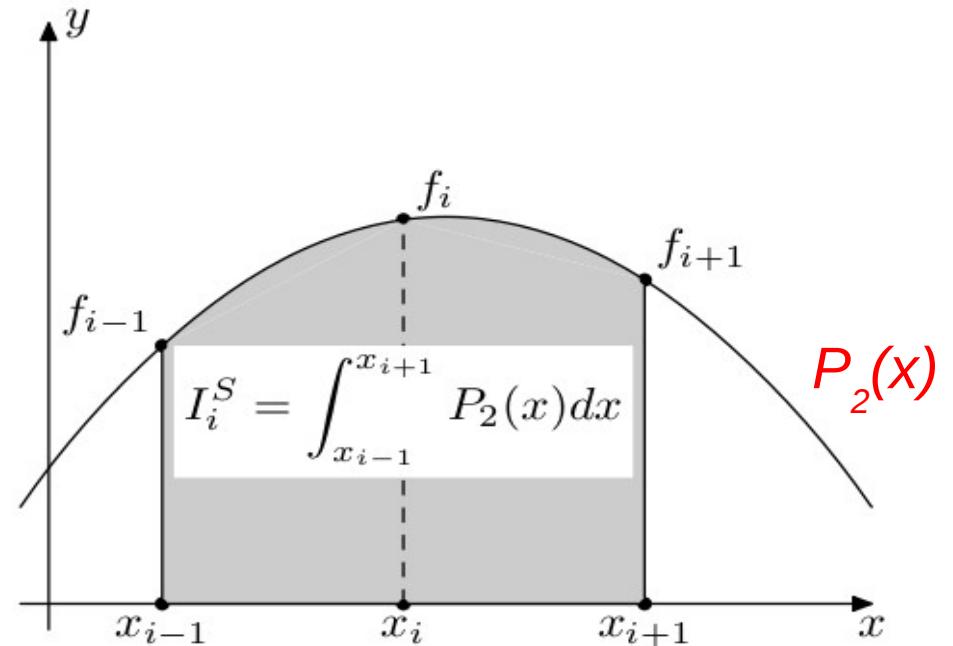


Determinar $P_2(x)$ via Lagrange

Método de Simpson

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x) dx$$

Determinação de $P_2(x)$ via Lagrange

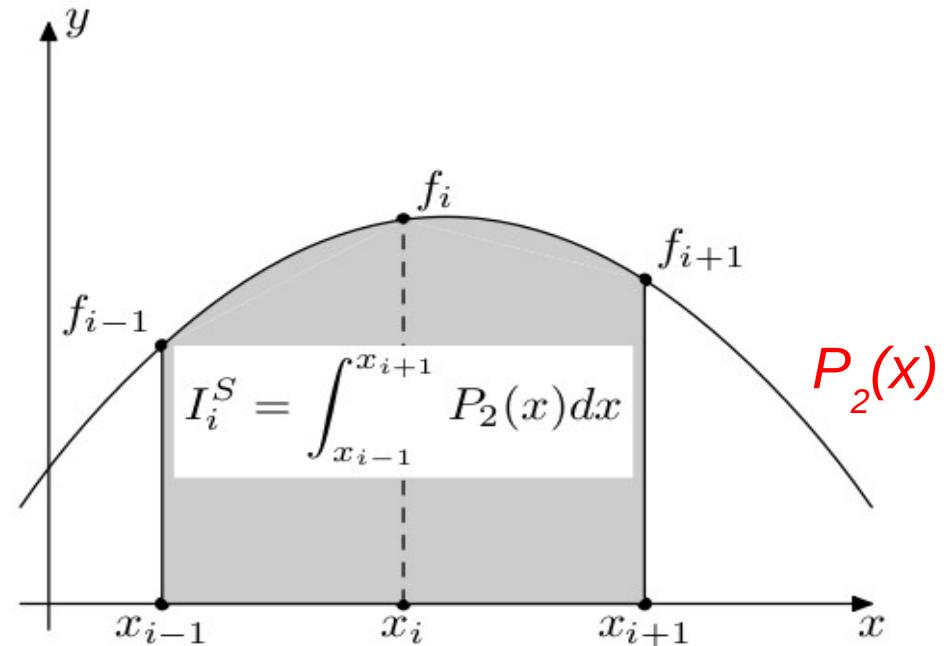


Método de Simpson

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x) dx$$

Determinação de $P_2(x)$ via Lagrange

- * Pontos onde $f(x)$ é conhecida:
 (x_{i-1}, f_{i-1}) , (x_i, f_i) e (x_{i+1}, f_{i+1})



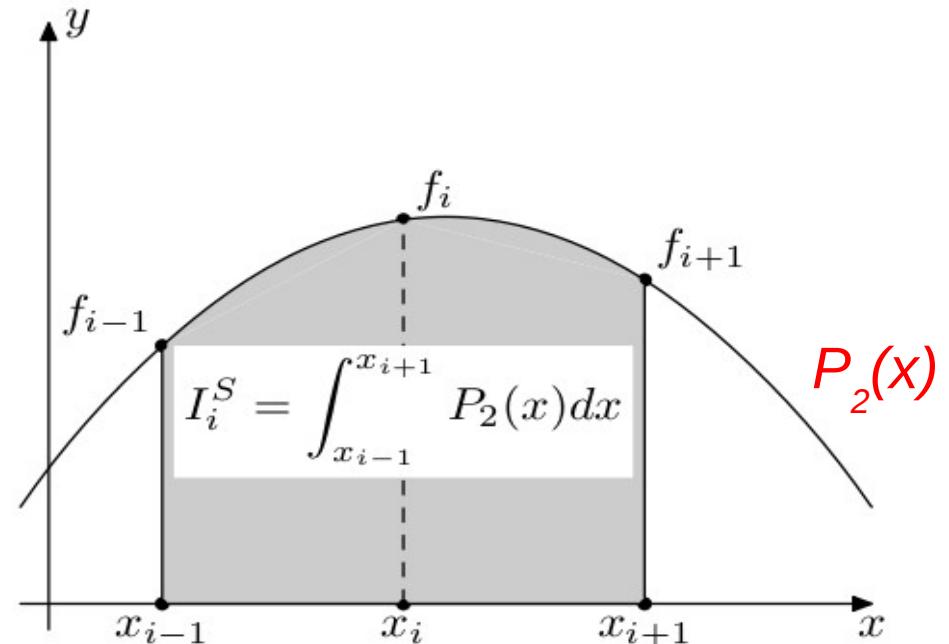
Método de Simpson

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x) dx$$

Determinação de $P_2(x)$ via Lagrange

- * Pontos onde $f(x)$ é conhecida:
 (x_{i-1}, f_{i-1}) , (x_i, f_i) e (x_{i+1}, f_{i+1})

$$P_2(x) = f_{i-1} \frac{(x - x_i)(x - x_{i+1})}{(x_{i-1} - x_i)(x_{i-1} - x_{i+1})}$$

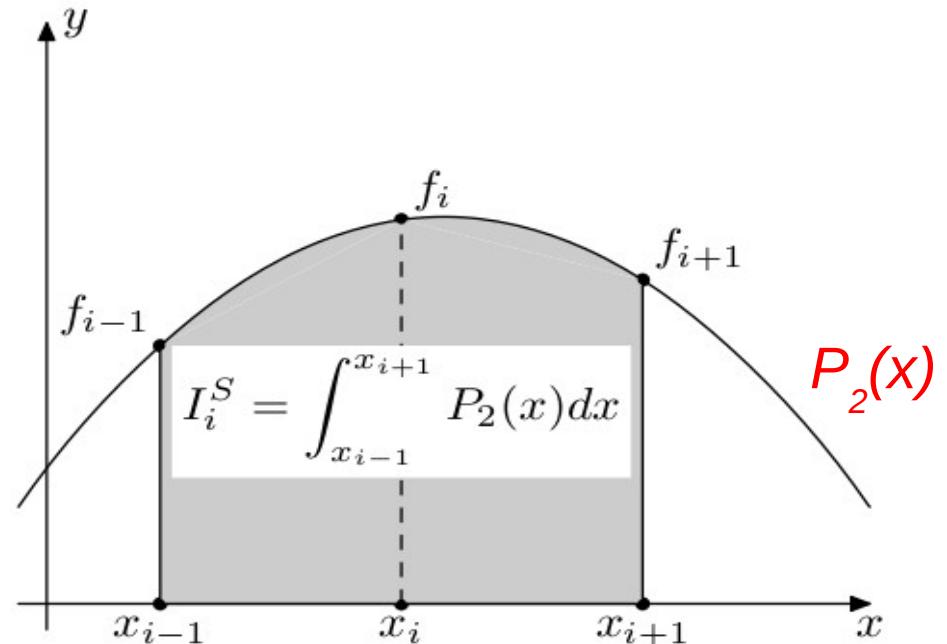


Método de Simpson

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x) dx$$

Determinação de $P_2(x)$ via Lagrange

* Pontos onde $f(x)$ é conhecida:
 (x_{i-1}, f_{i-1}) , (x_i, f_i) e (x_{i+1}, f_{i+1})



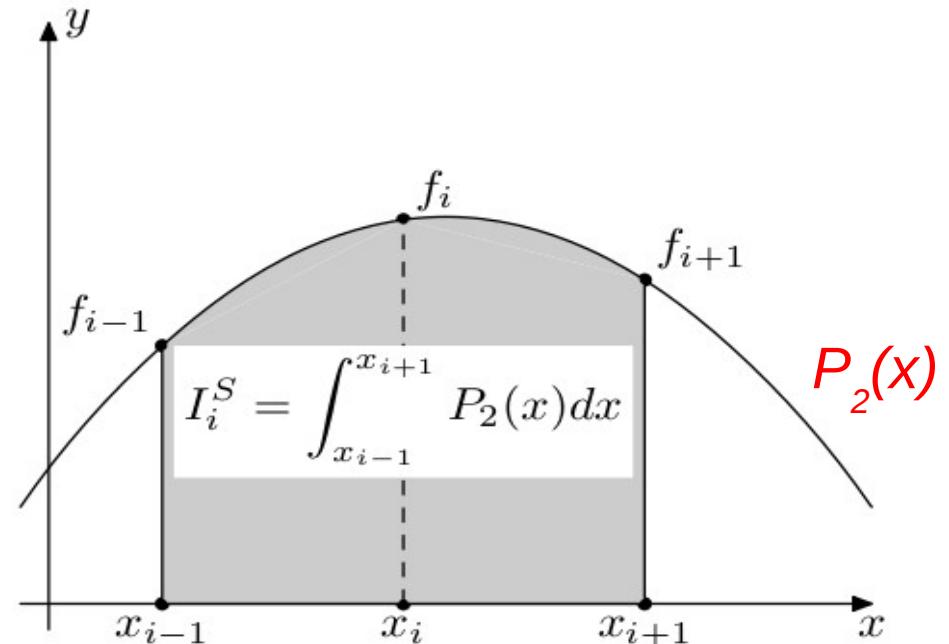
$$P_2(x) = f_{i-1} \frac{(x-x_i)(x-x_{i+1})}{(x_{i-1}-x_{i-1})(x_{i-1}-x_{i+1})} + f_i \frac{(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})}{(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})}$$

Método de Simpson

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x) dx$$

Determinação de $P_2(x)$ via Lagrange

* Pontos onde $f(x)$ é conhecida:
 (x_{i-1}, f_{i-1}) , (x_i, f_i) e (x_{i+1}, f_{i+1})



$$P_2(x) = f_{i-1} \frac{(x-x_i)(x-x_{i+1})}{(x_{i-1}-x_{i-1})(x_{i-1}-x_{i+1})} + f_i \frac{(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})}{(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})} + f_{i+1} \frac{(x-x_{i-1})(x-x_i)}{(x_{i+1}-x_{i-1})(x_{i+1}-x_i)}$$

Método de Simpson

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x) dx$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x) dx = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_{i-1} \frac{(x - x_i)(x - x_{i+1})}{(x_{i-1} - x_i)(x_{i-1} - x_{i+1})} dx +$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_i \frac{(x - x_{i-1})(x - x_{i+1})}{(x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1})} dx +$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_{i+1} \frac{(x - x_{i-1})(x - x_i)}{(x_{i+1} - x_{i-1})(x_{i+1} - x_i)} dx$$

Fazendo as devidas mudanças de variáveis e integrações tem-se

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x) dx = \frac{h}{3} (f_{i-1} + 4f_i + f_{i+1})$$

Método de Simpson

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x) dx$$

$$\begin{aligned} \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x) dx &= \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_{i-1} \frac{(x-x_i)(x-x_{i+1})}{(x_{i-1}-x_i)(x_{i-1}-x_{i+1})} dx + \\ &\quad \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_i \frac{(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})}{(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})} dx + \\ &\quad \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_{i+1} \frac{(x-x_{i-1})(x-x_i)}{(x_{i+1}-x_{i-1})(x_{i+1}-x_i)} dx \end{aligned}$$

Fazendo as devidas mudanças de variáveis e integrações tem-se

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x) dx = \frac{h}{3} (f_{i-1} + 4f_i + f_{i+1})$$

Método de Simpson

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x) dx$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x) dx = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_{i-1} \frac{(x-x_i)(x-x_{i+1})}{(x_{i-1}-x_i)(x_{i-1}-x_{i+1})} dx +$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_i \frac{(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})}{(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})} dx +$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_{i+1} \frac{(x-x_{i-1})(x-x_i)}{(x_{i+1}-x_{i-1})(x_{i+1}-x_i)} dx$$

Fazendo as devidas mudanças de variáveis e integrações tem-se

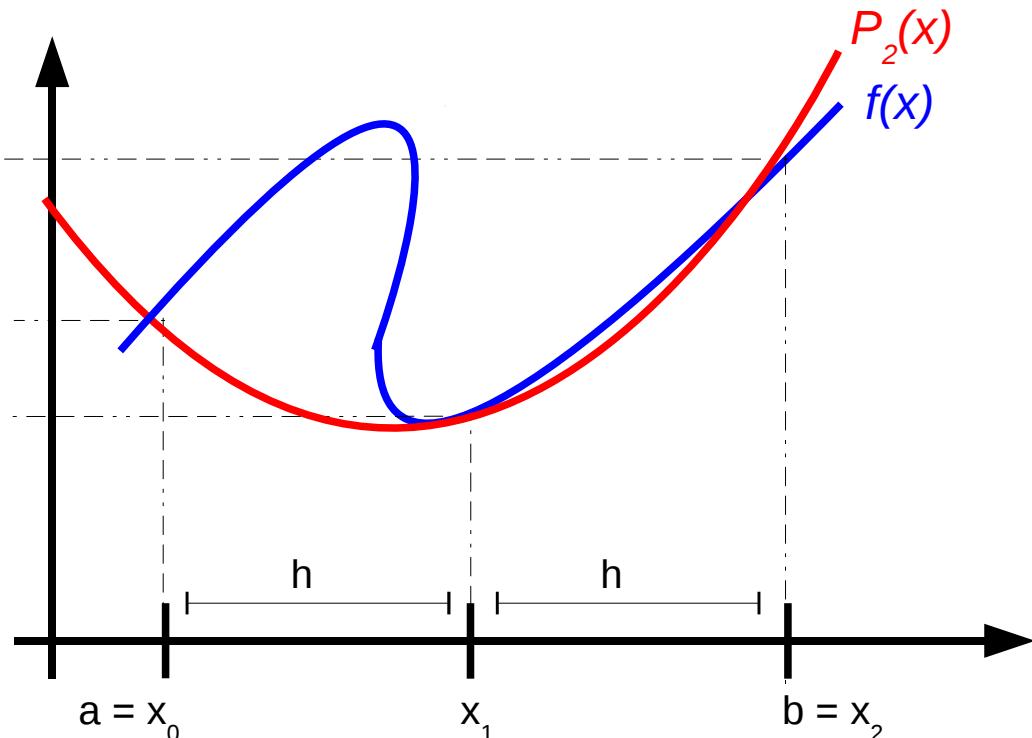
*Regra 1/3
de Simpson*

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x) dx = \frac{h}{3} (f_{i-1} + 4f_i + f_{i+1})$$

Método de Simpson

$$I \approx \int_a^b P_2(x) dx = \frac{h}{3} (f_0 + 4f_1 + f_2)$$

Regra 1/3 de Simpson – Regra de Simpson Simples

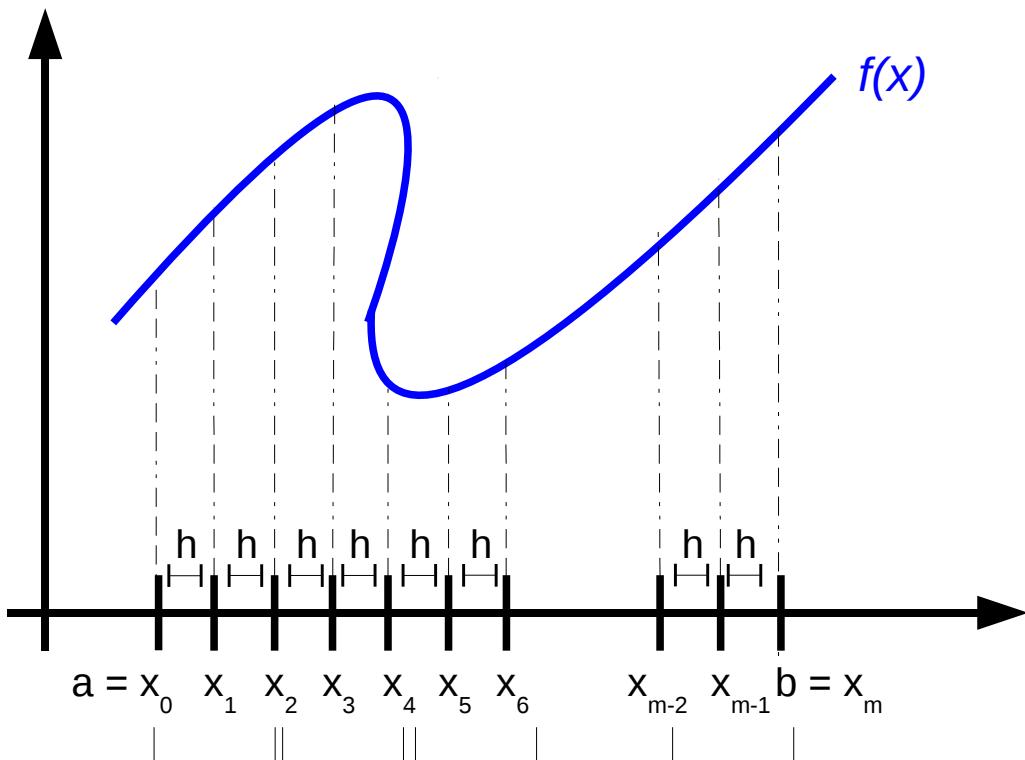


- * 1 intervalo $[a, b]$
- * Conhecidos 3 pontos, utiliza-se $P_2(x)$ para aproximar $f(x)$ no intervalo $[a, b]$

Método de Simpson

$$I \approx \int_a^b P_2(x) dx = \frac{h}{3} (f_0 + f_m + 4(f_1 + f_3 + \dots + f_{m-1}) + 2(f_2 + f_4 + \dots + f_{m-2}))$$

Regra 1/3 de Simpson Composta (Repetida)

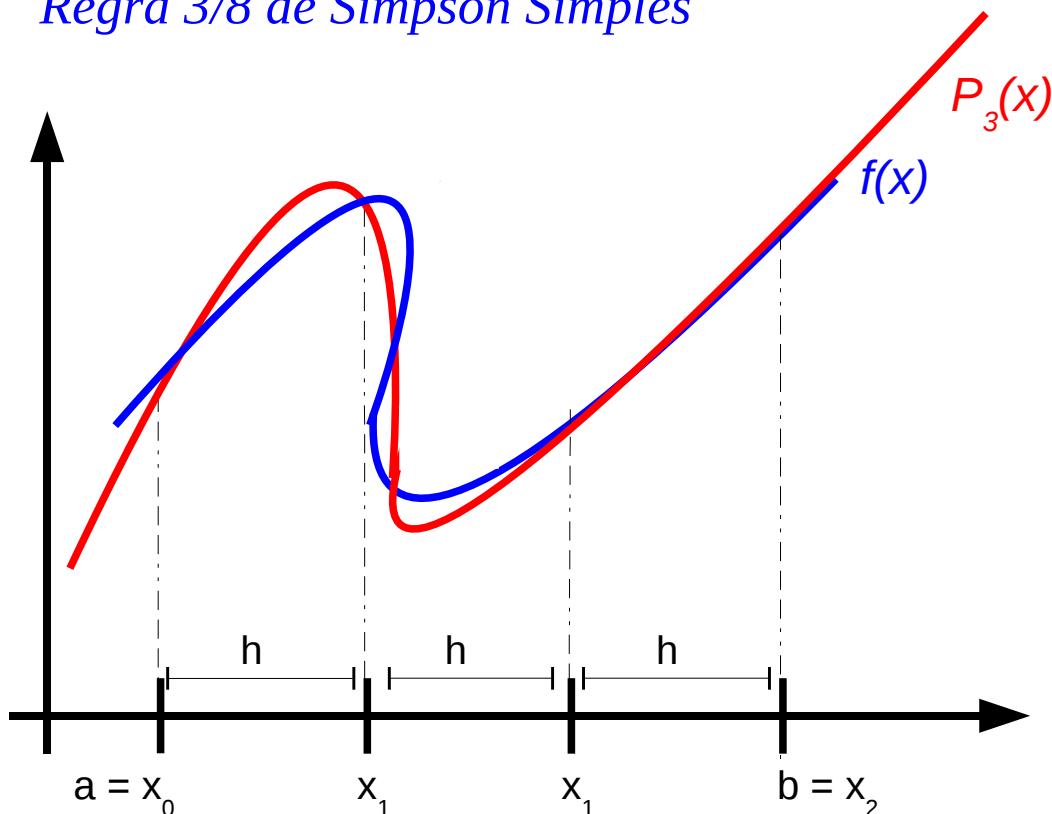


- * n intervalos entre $[a, b]$.
- * Conhecidos 3 pontos em cada intervalo, utiliza-se $P_2(x)$ para aproximar $f(x)$ neste intervalo

Método de Simpson

$$I \approx \int_a^b P_3(x) dx = \frac{3h}{8} (f_0 + 3f_1 + 3f_2 + f_3)$$

Regra 3/8 de Simpson Simples



- * 1 intervalo $[a, b]$
- * Conhecidos 4 pontos, utiliza-se $P_3(x)$ para aproximar $f(x)$ no intervalo $[a, b]$

Método de Simpson

$$I \approx \int_{x_0}^{x_m} P_2(x) dx = \frac{3h}{8} ((f_0 + f_m) + 3f_1 + 3f_2 + 2f_3 + 3f_4 + 3f_5 + 3f_6 \dots + 2f_{m-3} + 3f_{m-2} + 3f_{m-1})$$

Regra 3/8 de Simpson Composta

- * n intervalos entre [a, b]
- * Conhecidos 4 pontos, utiliza-se $P_3(x)$ para aproximar $f(x)$ em cada intervalo