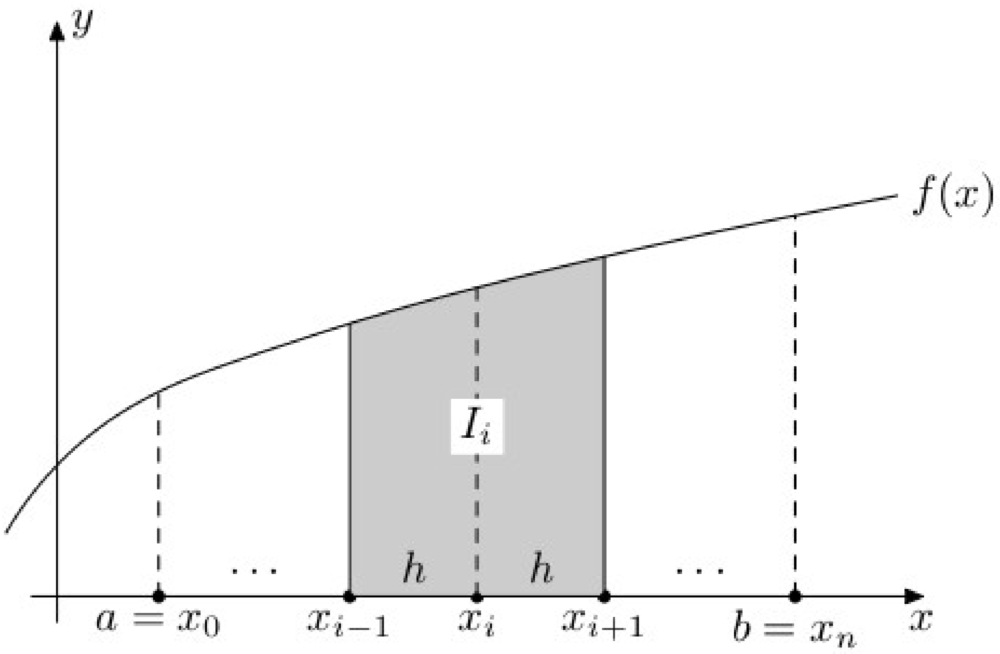
# Método de Simpson

Seja. $I = \int_a^b f(x)\,dx$. Considere a subdivisão do intervalo [a, b] em n subintervalos.

# Método de Simpson

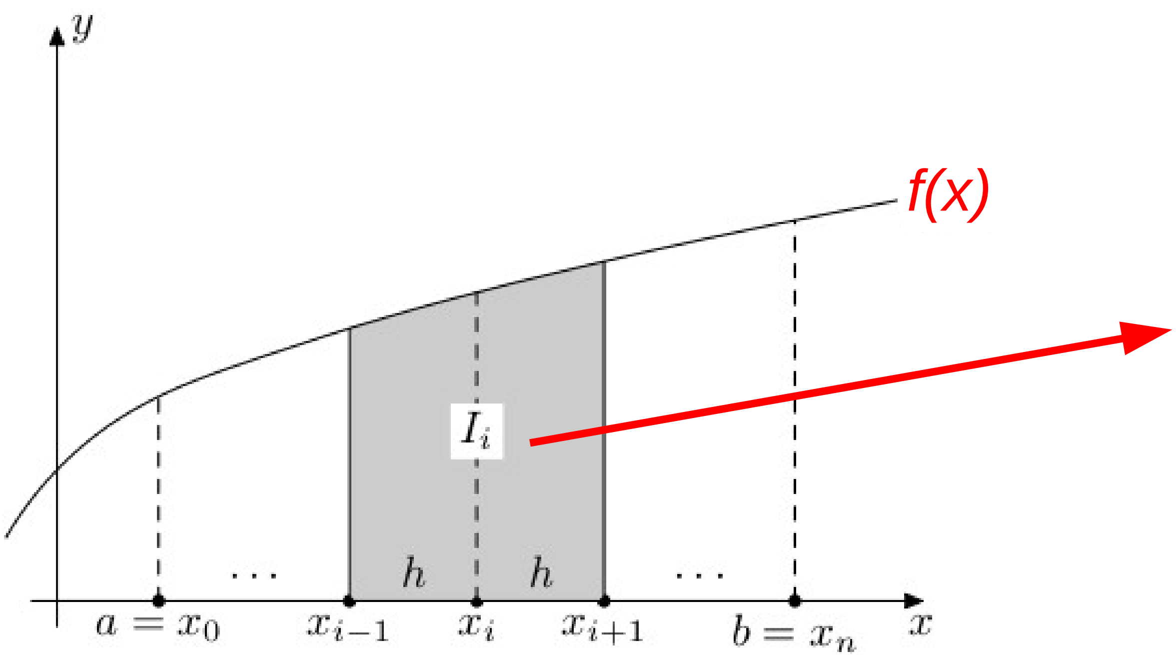
Seja. $I = \int_a^b f(x)\,dx$ . Considere a subdivisão do intervalo [a, b]

em n subintervalos.



# Método de Simpson

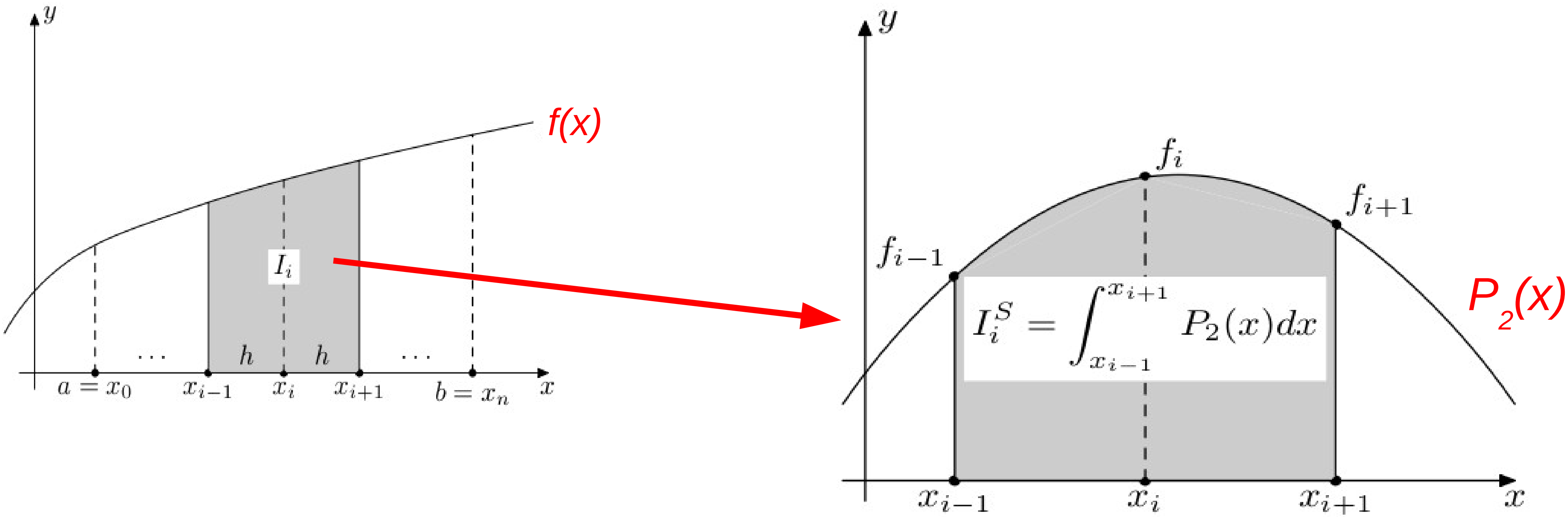
Seja. $I=\int_a^b f(x)dx$. Considere a subdivisão do intervalo [a, b] em n subintervalos.




$$I_i=\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f(x)dx$$

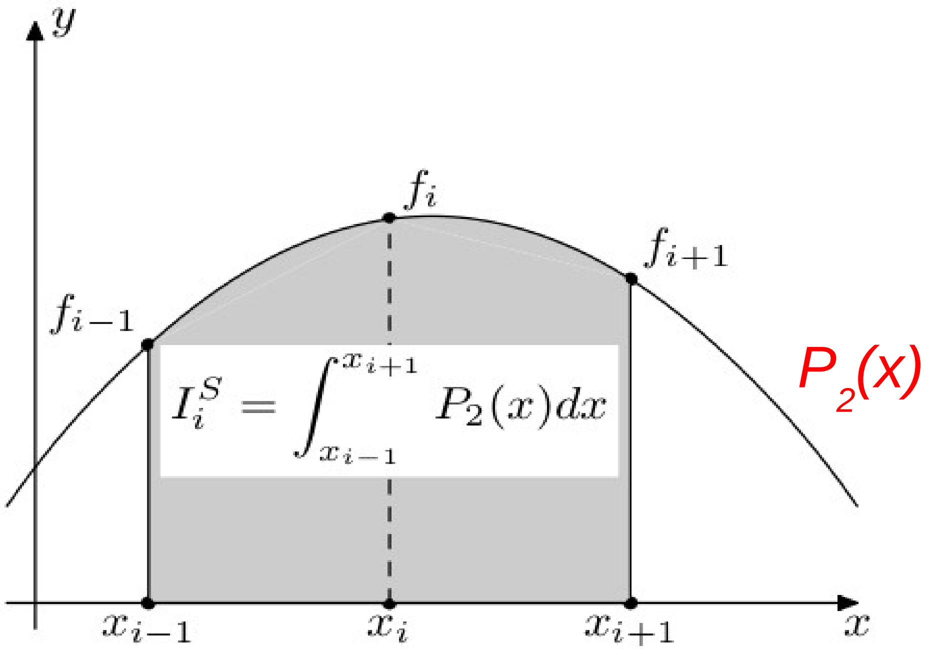
# Método de Simpson

O método de Simpson consiste em aproximar a função *f(x)* no intervalo $[x_{i-1}, x_{i+1}]$ pelo polinômio interpolador de grau 2 que passa pelos pontos $(x_{i-1}, f_{i-1})$, $(x_i, f_i)$ e $(x_{i+1}, f_{i+1})$.



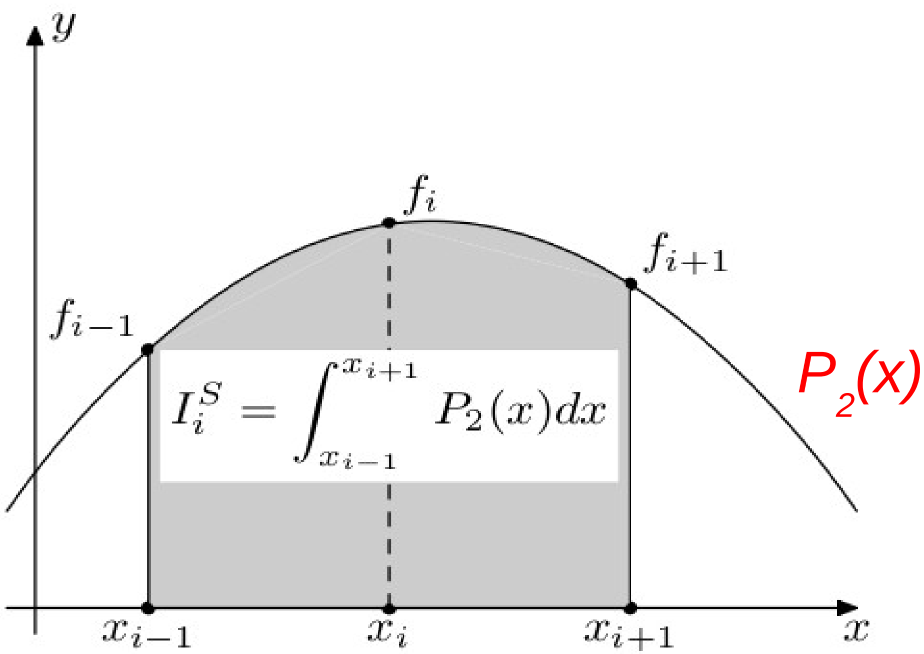
# Método de Simpson

O método de Simpson consiste em aproximar a função $f(x)$ no intervalo $[x_{i-1}, x_{i+1}]$ pelo polinômio interpolador de grau 2 que passa pelos pontos $(x_{i-1}, f_{i-1})$, $(x_i, f_i)$ e $(x_{i+1}, f_{i+1})$.



# Método de Simpson

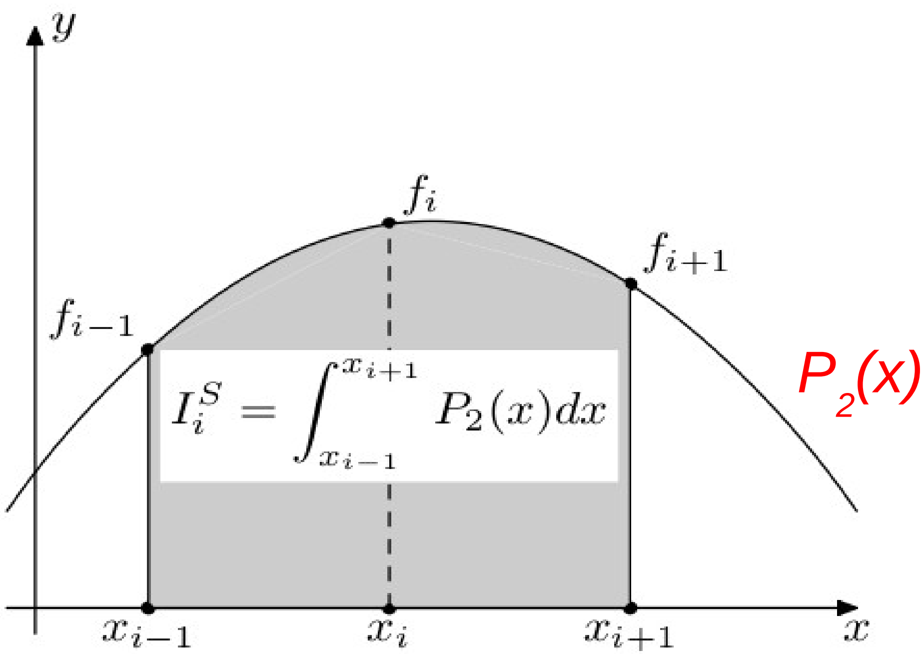
O método de Simpson consiste em aproximar a função *f(x)* no intervalo $[x_{i-1}, x_{i+1}]$ pelo polinômio interpolador de grau 2 que passa pelos pontos $(x_{i-1}, f_{i-1})$, $(x_i, f_i)$ e $(x_{i+1}, f_{i+1})$.




$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x)\,dx$$

# Método de Simpson

O método de Simpson consiste em aproximar a função *f(x)* no intervalo $[x_{i-1}, x_{i+1}]$ pelo polinômio interpolador de grau 2 que passa pelos pontos $(x_{i-1}, f_{i-1})$, $(x_i, f_i)$ e $(x_{i+1}, f_{i+1})$.



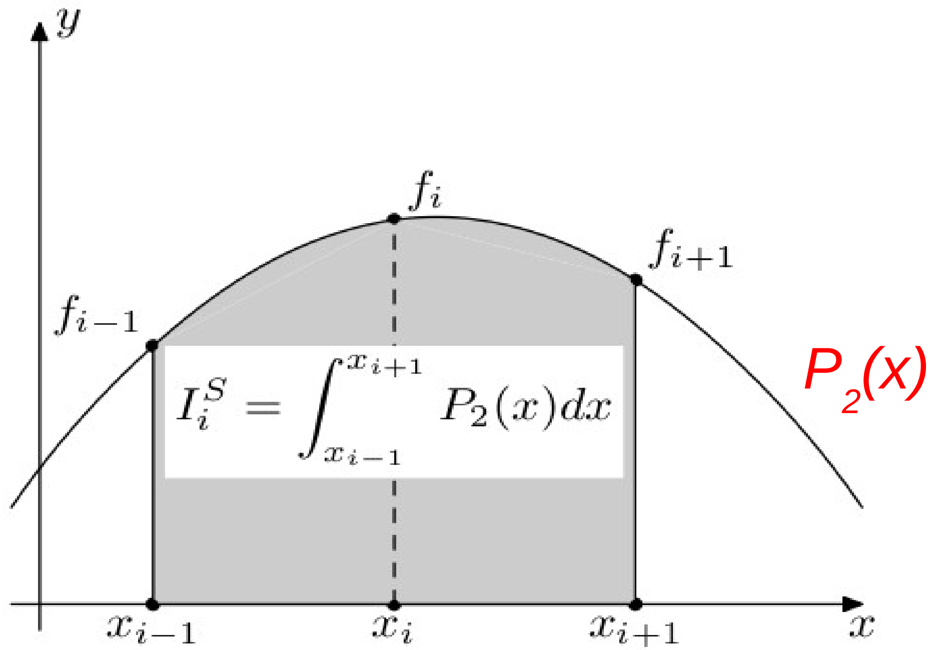

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x)\,dx$$

Determinar $P_2(x)$ via Lagrange

# Método de Simpson

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x)\,dx$$

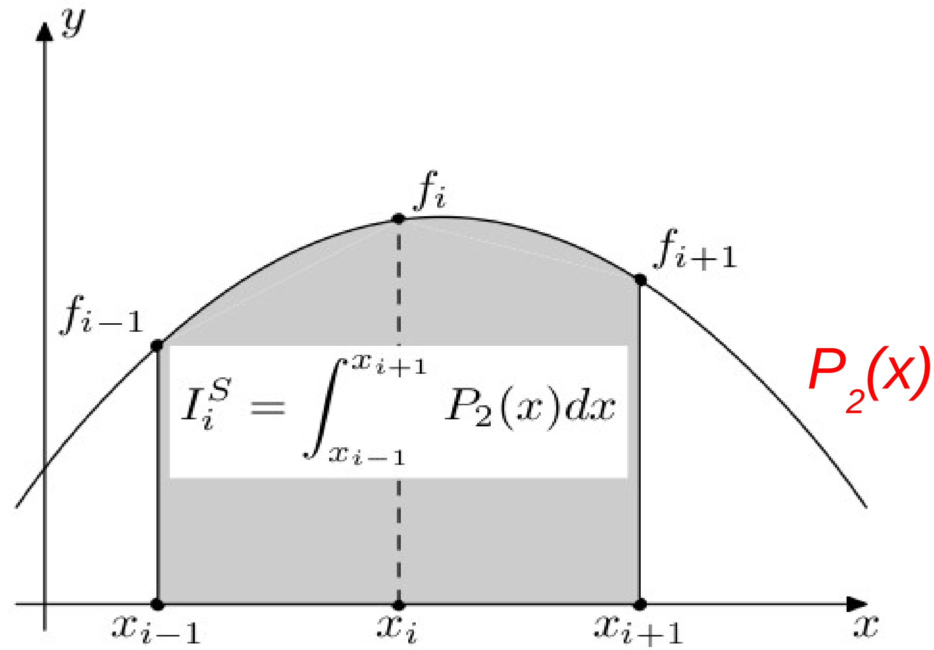
*Determinação de $P_2(x)$ via Lagrange*



# Método de Simpson

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x)\,dx$$

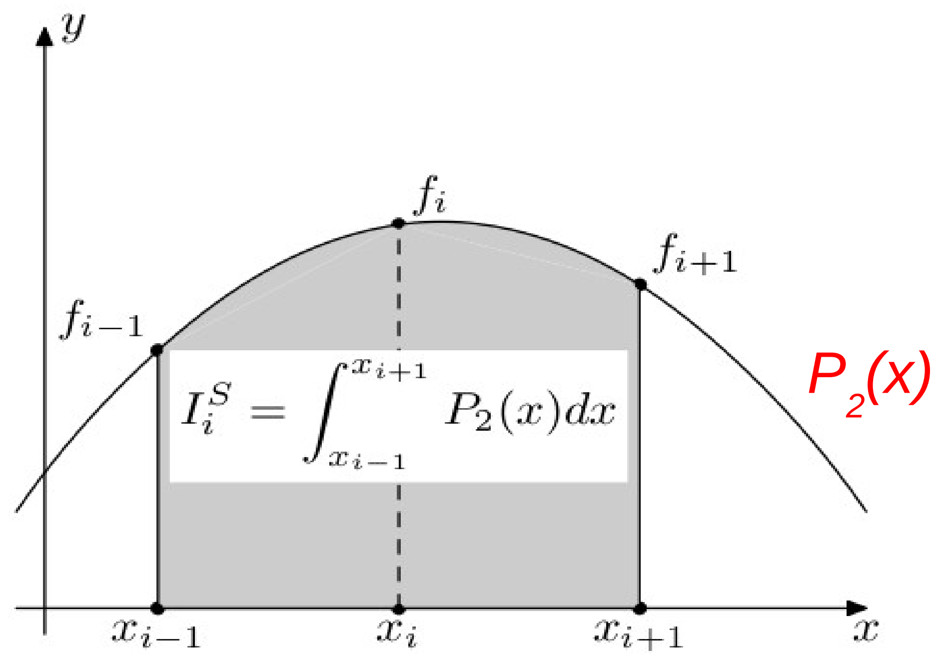
*Determinação de $P_2(x)$ via Lagrange*




* Pontos onde *f(x)* é conhecida:
$(x_{i-1}, f_{i-1})$, $(x_i, f_i)$ e $(x_{i+1}, f_{i+1})$

# Método de Simpson

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x)\,dx$$




*Determinação de $P_2(x)$ via Lagrange*

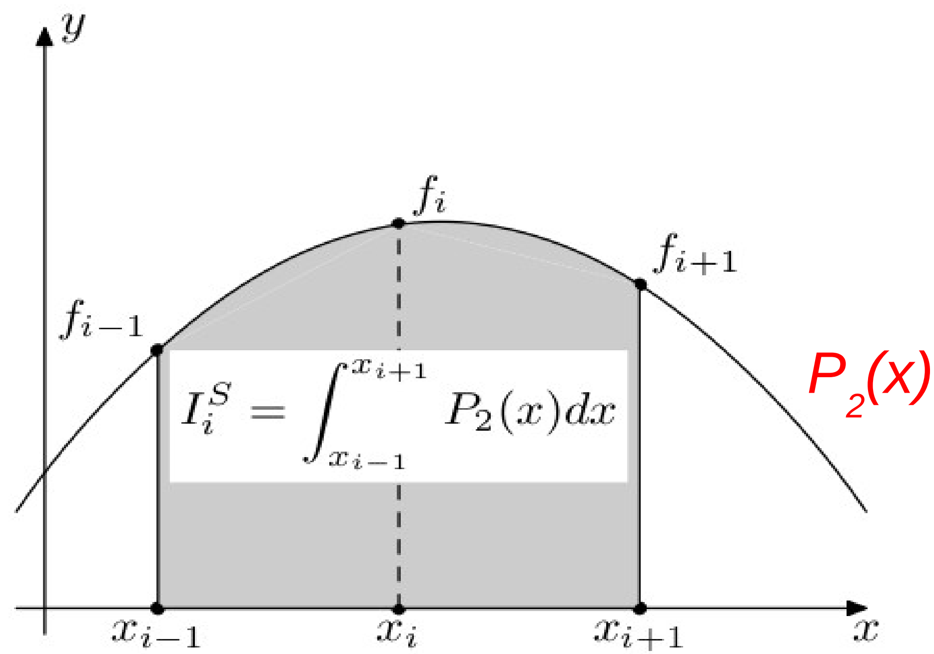
* Pontos onde *f(x)* é conhecida:
$(x_{i-1}, f_{i-1})$, $(x_i, f_i)$ e $(x_{i+1}, f_{i+1})$

$$P_2(x) = f_{i-1}\frac{(x-x_i)(x-x_{i+1})}{(x_{i-1}-x_{x_i})(x_{i-1}-x_{i+1})}$$

# Método de Simpson

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x)\,dx$$

*Determinação de $P_2(x)$ via Lagrange*

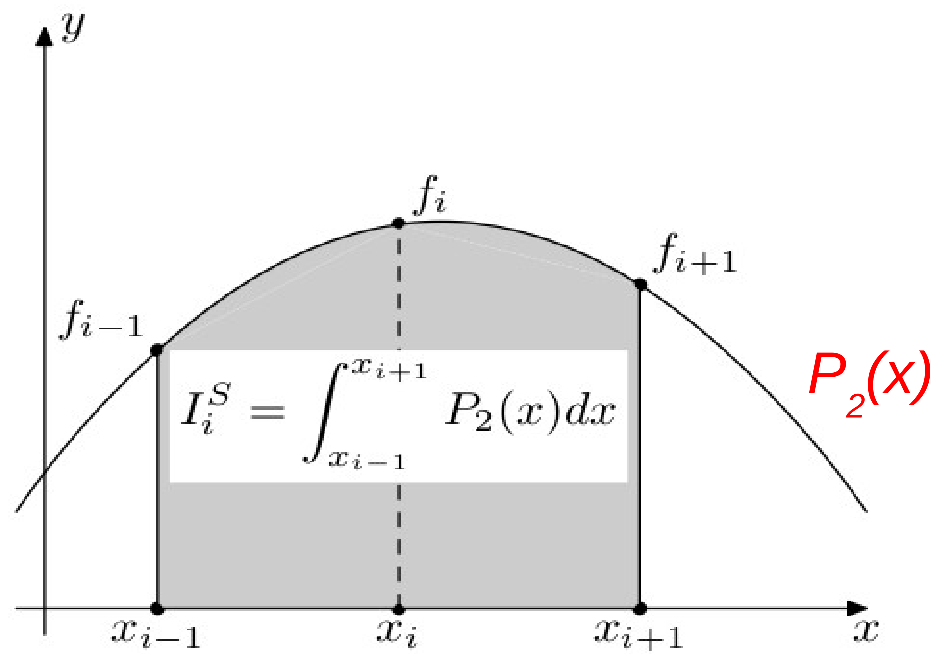



* Pontos onde *f(x)* é conhecida:
$(x_{i-1}, f_{i-1})$, $(x_i, f_i)$ e $(x_{i+1}, f_{i+1})$

$$P_2(x) = f_{i-1}\frac{(x-x_i)(x-x_{i+1})}{(x_{i-1}-x_{x_i})(x_{i-1}-x_{i+1})} + f_i\frac{(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})}{(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})}$$

# Método de Simpson

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x)\,dx$$




*Determinação de $P_2(x)$ via Lagrange*

* Pontos onde *f(x)* é conhecida:
  $(x_{i-1}, f_{i-1})$, $(x_i, f_i)$ e $(x_{i+1}, f_{i+1})$

$$P_2(x) = f_{i-1}\frac{(x-x_i)(x-x_{i+1})}{(x_{i-1}-x_{x_i})(x_{i-1}-x_{i+1})} + f_i\frac{(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})}{(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})} + f_{i+1}\frac{(x-x_{i-1})(x-x_i)}{(x_{i+1}-x_{i-1})(x_{i+1}-x_i)}$$

# Método de Simpson

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x)\,dx$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x)\,dx = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_{i-1} \frac{(x-x_i)(x-x_{i+1})}{(x_{i-1}-x_{x_i})(x_{i-1}-x_{i+1})}\,dx \quad +$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_i \frac{(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})}{(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})}\,dx \quad +$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_{i+1} \frac{(x-x_{i-1})(x-x_i)}{(x_{i+1}-x_{i-1})(x_{i+1}-x_i)}\,dx$$

*Fazendo as devidas mudanças de variáveis e integrações tem-se*

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x)\,dx = \frac{h}{3}\left(f_{i-1} + 4\mathrm{f}_i + f_{i+1}\right)$$

# Método de Simpson

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x)\,dx$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x)\,dx = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_{i-1} \frac{(x-x_i)(x-x_{i+1})}{(x_{i-1}-x_{x_i})(x_{i-1}-x_{i+1})}\,dx \quad +$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_i \frac{(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})}{(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})}\,dx \quad +$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_{i+1} \frac{(x-x_{i-1})(x-x_i)}{(x_{i+1}-x_{i-1})(x_{i+1}-x_i)}\,dx$$

*Fazendo as devidas mudanças de variáveis e integrações tem-se*

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x)\,dx = \frac{h}{3}\left(f_{i-1} + 4\mathrm{f}_i + f_{i+1}\right)$$

# Método de Simpson

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x)\,dx$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x)\,dx = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_{i-1} \frac{(x-x_i)(x-x_{i+1})}{(x_{i-1}-x_{x_i})(x_{i-1}-x_{i+1})}\,dx \quad +$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_i \frac{(x-x_{i-1})(x-x_{i+1})}{(x_i-x_{i-1})(x_i-x_{i+1})}\,dx \quad +$$

$$\int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} f_{i+1} \frac{(x-x_{i-1})(x-x_i)}{(x_{i+1}-x_{i-1})(x_{i+1}-x_i)}\,dx$$

*Fazendo as devidas mudanças de variáveis e integrações tem-se*

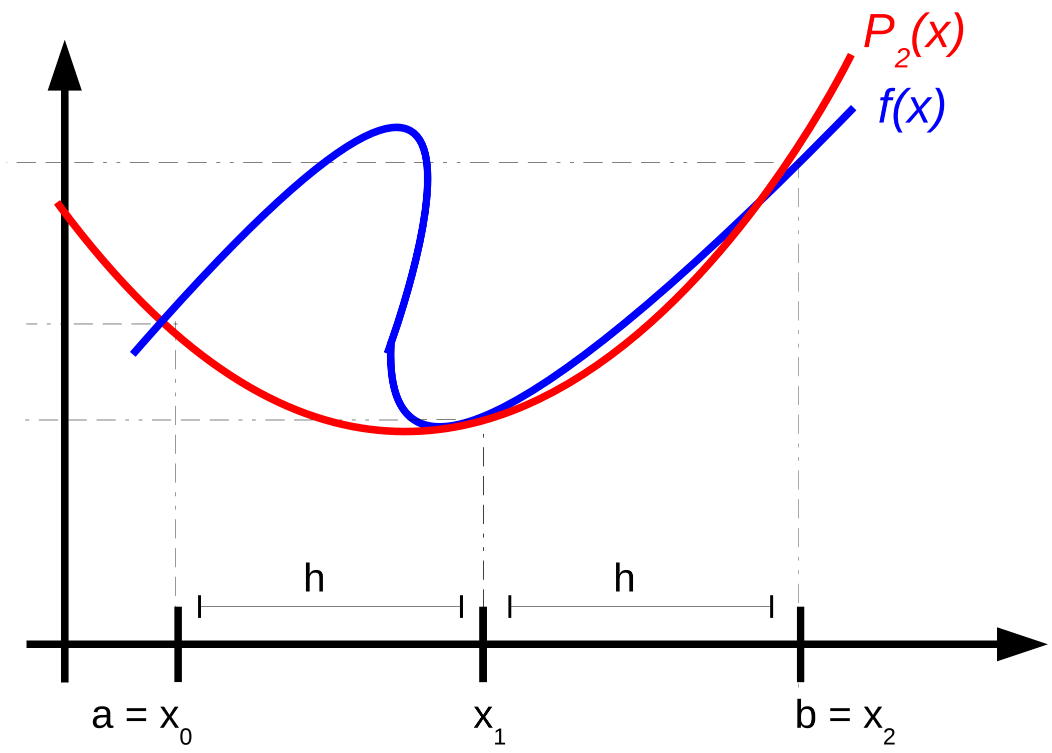
*Regra 1/3 de Simpson*

$$I_i \approx I_i^S = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} P_2(x)\,dx = \frac{h}{3}\left(f_{i-1} + 4\mathrm{f}_i + f_{i+1}\right)$$

# Método de Simpson

$$I \approx \int_a^b P_2(x)\,dx = \frac{h}{3}\left(f_0 + 4f_1 + f_2\right)$$

*Regra 1/3 de Simpson – Regra de Simpson Simples*



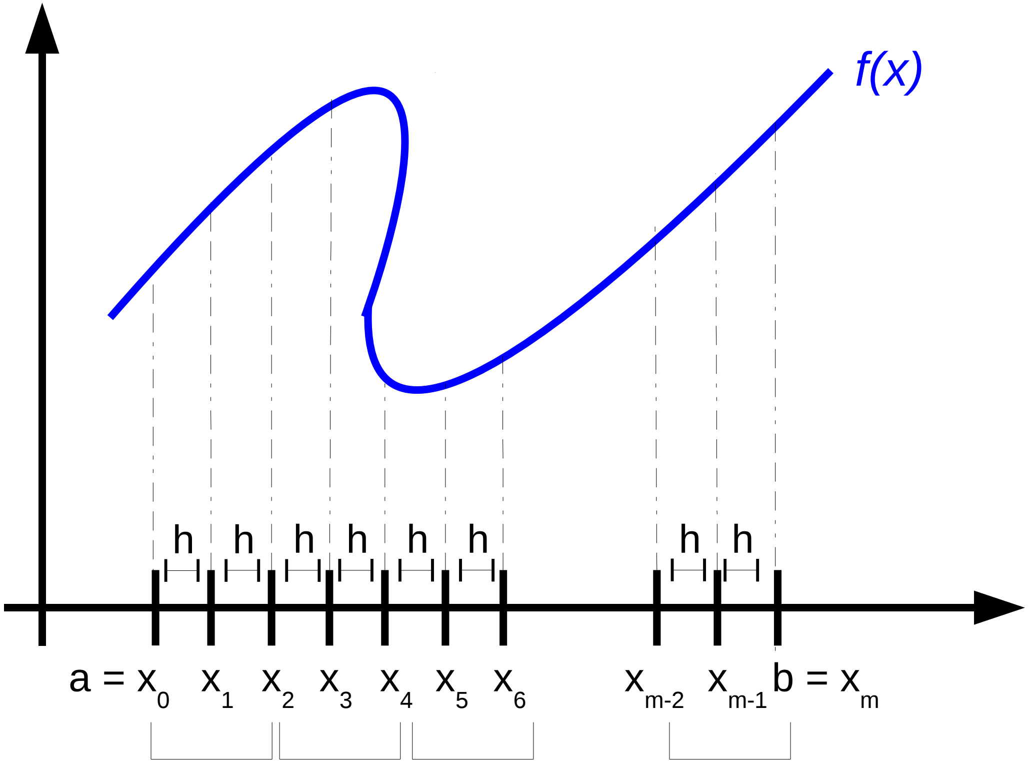

* 1 intervalo [a, b]

* Conhecidos 3 pontos, utiliza-se $P_2(x)$ para aproximar $f(x)$ no intervalo [a, b]

# Método de Simpson

$$I \approx \int_a^b P_2(x)\,dx = \frac{h}{3}\left(f_0 + f_m + 4(f_1 + f_3 + \ldots + f_{m-1}) + 2(f_2 + f_4 + \ldots + f_{m-2})\right)$$

*Regra 1/3 de Simpson Composta (Repetida)*



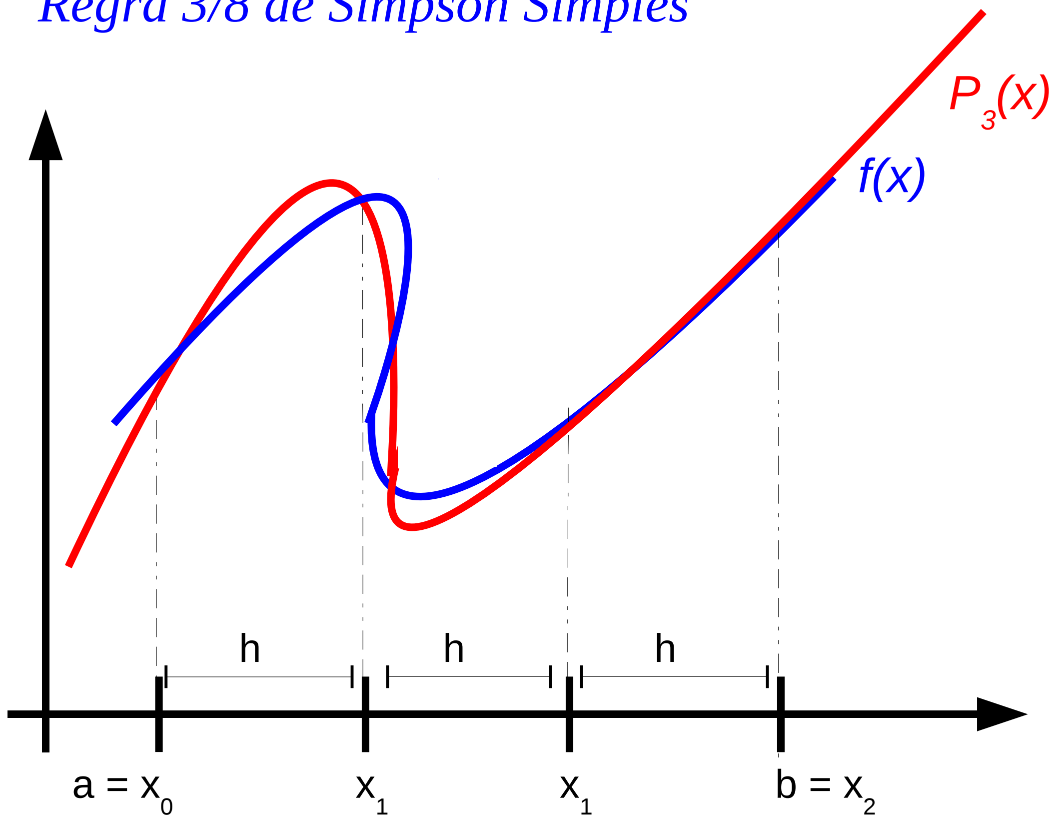

* n intervalos entre [a, b].

* Conhecidos 3 pontos em cada intervalo, utiliza-se $P_2(x)$ para aproximar $f(x)$ neste intervalo

# Método de Simpson

$$I \approx \int_a^b P_3(x)\,dx = \frac{3h}{8}\left(f_0 + 3f_1 + 3f_2 + f_3\right)$$

*Regra 3/8 de Simpson Simples*




* 1 intervalo [a, b]

* Conhecidos 4 pontos, utiliza-se $P_3(x)$ para aproximar $f(x)$ no intervalo [a, b]

# Método de Simpson

$$I \approx \int_{x_0}^{x_m} P_2(x)\,dx = \frac{3\text{h}}{8}\left((f_0 + f_m) + 3\text{f}_1 + 3\text{f}_2 + 2\text{f}_3 + 3\text{f}_4 + 3\text{f}_5 + 2\text{f}_{6\ldots} + 2\text{f}_{m-3} + 3\text{f}_{m-2} + 3\text{f}_{m-1}\right)$$

*Regra 3/8 de Simpson Composta*

* n intervalos entre [a, b]

* Conhecidos 4 pontos, utiliza-se $P_3(x)$ para aproximar $f(x)$ em cada intervalo