Algoritmos e Estruturas de Dados II
Lista de Exercícios de Árvores

Bacharelado em Análise de Sistemas, DCT–UFMS, 25/5/2005

1. Respresentar, através de uma árvore, a seguinte expressão aritmética:

$$[(a+b)\cdot(c+d)/e]-[(f+g)\cdot h].$$

2. Diga se cada afirmação abaixo é verdadeira ou falsa, justificando sua resposta.

   Se v é o pai de um nó w de uma árvore T, então:
   (a) nível(v) $=$ nível(w) $+1$
   (b) altura(v) $=$ altura(w) $+1$
   (c) $\max_{v\in T}\{\text{altura}(v)\} = \max_{v\in T}\{\text{nível}(v)\}$

3. Verdadeiro ou falso? Justifique sua resposta.

   Uma árvore binária é completa se e somente se possui altura mínima para um dado número de nós.

4. Mostrar que o número de sub-árvores vazias de uma árvore m-ária com $n > 0$ nós é $(m-1)n+1$.

5. Determinar o valor das alturas máxima e mínima de uma árvore m-ária, $m > 1$, com $n > 0$ nós.

6. Seja um percurso definido pelas seguintes operações:

   Ordem A

   - visitar a raiz;
   - percorrer a sub-árvore esquerda de v na Ordem A;
   - percorrer a sub-árvore direita de v na Ordem B.

   Ordem B

   - percorrer a sub-árvore esquerda de v na Ordem B;
   - visitar a raiz;
   - percorrer a sub-árvore direita de v na Ordem A.

   Supondo que o processo se inicie pela raiz da árvore, em Ordem A, escrever o percurso final obtido quando o algoritmo for aplicado à árvore da figura 1.

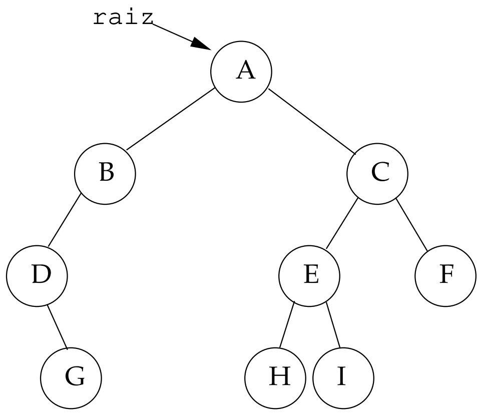

Figura 1:

7. Construir um algoritmo não recursivo para o percurso em pré-ordem de uma árvore binária. *Sugestão:* utilize uma pilha.

8. Construir um algoritmo não recursivo para o percurso em ordem simétrica de uma árvore binária. *Sugestão:* utilize uma pilha.

9. Construir um algoritmo não recursivo para o percurso em pós-ordem de uma árvore binária. *Sugestão:* utilize uma pilha.

10. Construir um algoritmo não recursivo para o percurso em pré-ordem de uma árvore binária sem utilizar uma pilha.

11. Uma expressão aritmética, em notação polonesa, é definida recursivamente da seguinte maneira:

    > Uma expressão, em *notação polonesa*, consiste em um operando ou, então, em um operador seguido por duas expressões em notação polonesa.

    Em vista disso, toda expressão aritmética pode ser escrita de forma não ambígua em notação polonesa, dispensando-se o uso de parênteses. Escreva um algoritmo para transformar uma dada expressão aritmética em notação polonesa.

12. Dada uma árvore binária que representa uma expressão aritmética, considerando apenas operações binárias, gerar a mesma expressão em notação completamente parentizada. *Sugestão:* utilizar o percurso em ordem (simétrica).

13. Quantos atributos iguais a λ possui a estrutura de armazenamento de uma árvore binária qualquer?

14. Descreva um algoritmo para determinar o número de nós das sub-árvores de v, para cada nó de v de uma árvore binária.

15. Descreva um algoritmo para determinar o pai de cada nó v de uma árvore binária.

16. Descreva um algoritmo para percorrer em nível uma árvore binária. *Sugestão:* utilize uma fila.

17. Descreva um algoritmo que determina a altura de uma árvore binária.

18. O **percurso em altura** de uma árvore binária é aquele em que os nós são dispostos em ordem não decrescente de suas alturas. Descrever um algoritmo para efetuar um percurso em altura de uma árvore binária.

19. Descreva um algoritmo para desenhar uma árvore binária, supondo que o número de nós não exceda o limite máximo de caracteres que pode ser impresso em uma linha por uma impressora. *Sugestão:* para cada nó v, utilizar como abscissa a posição de v num percurso em ordem simétrica e, como ordenada, o nível de v.

20. Considere uma árvore binária implementada com a estrutura de dados vista em sala. Dado um apontador para esta árvore, descreva um algoritmo que modifique todos os atributos apontadores com λ da árvore para apontar para sua raiz.

21. Encontre todas as árvores binárias cujos nós aparecem na mesma seqüência em ambas as seguintes ordens:

    (a) pré-ordem e em ordem;

    (b) pré-ordem e pós-ordem;

    (c) pós-ordem e em ordem.

22. O percurso de uma árvore em pré-ordem resultou na impressão da seqüência *ABCFHDLMPNEGI* e o percurso da mesma árvore em ordem (simétrica) resultou em *FCHBDLPMNAIGE*. Construa uma árvore binária que satisfaça esses percursos. Essa árvore é única?