Fundamentos da Teoria da Computação
Lista de Gramáticas Livres de Contexto e Árvores de Derivação

Bacharelado em Ciência da Computação, DCT–UFMS, 13/10/2004

1. Considere a gramática $G = (V, \Sigma, R, S)$, onde

$$\begin{aligned} V &= \{a, b, S, A\}, \\ \Sigma &= \{a, b\}, \\ R &= \{S \to AA, \\ &\quad\ A \to AAA, \\ &\quad\ A \to a, \\ &\quad\ A \to bA, \\ &\quad\ A \to Ab\}. \end{aligned}$$

   (a) Quais palavras de $L(G)$ podem ser produzidas por derivações de quatro ou cinco passos?

   (b) Dê pelo menos quatro derivações distintas para a palvra $babbab$.

   (c) Para qualquer $m, n, p > 0$, descreva uma derivação em G da palavra $b^m a b^n a b^p$.

2. Considere a gramática $G = (V, \Sigma, R, S)$, onde

$$\begin{aligned} V &= \{a, b, S, A\}, \\ \Sigma &= \{a, b\}, \\ R &= \{S \to aAa, \\ &\quad\ S \to bAb, \\ &\quad\ S \to \varepsilon, \\ &\quad\ A \to SS\}. \end{aligned}$$

   Dê uma derivação da palavra $baabbb$ em G.

3. Construa GLCs que geram cada uma das seguintes linguagens.

   (a) $\{wcw^R \colon w \in \{a, b\}^*\}$.

   (b) $\{ww^R \colon w \in \{a, b\}^*\}$.

   (c) $\{w \in \{a, b\}^* \colon w = w^R\}$.

(d) $\{a^m b^n : m \geqslant n\}$.

4. Considere a gramática $G = (V, \Sigma, R, S)$, onde

$$\begin{aligned}
V &= \{a, b, S, A, B\},\\
\Sigma &= \{a, b\},\\
R &= \{S \to aB,\\
&\quad S \to bA,\\
&\quad A \to a,\\
&\quad A \to aS,\\
&\quad A \to BAA,\\
&\quad B \to b,\\
&\quad B \to bS,\\
&\quad B \to ABB\}.
\end{aligned}$$

   (a) Mostre que $ababba \in L(G)$.

   (b) Prove que $L(G)$ é o conjunto de todas as palavras em Σ^* que têm o mesmo número de a's e b's.

5. Seja $G = (V, \Sigma, R, S)$ uma GLC, onde

$$\begin{aligned}
V &= \{a, b, S\},\\
\Sigma &= \{a, b\},\\
R &= \{S \to aSb,\\
&\quad S \to aSa,\\
&\quad S \to bSa,\\
&\quad S \to bSb,\\
&\quad S \to \varepsilon\}.
\end{aligned}$$

   Mostre que $L(G)$ é regular.

6. Considere a GLC G do exemplo visto em sala que gera todas as expressões aritméticas sobre $+, *, (,)$ e id.

   (a) Desenhe uma árvore de derivação para as palavras $\mathsf{id} + (\mathsf{id} + \mathsf{id}) * \mathsf{id}$ e $(\mathsf{id} * \mathsf{id} + \mathsf{id} * \mathsf{id})$.

   (b) Mostre que G não é ambígua.

7. Considere a GLC G do exemplo visto em sala que gera todas as palavras de parênteses balanceados. Mostre que G é ambígua. Construa uma GLC não ambígua equivalente.